

C) 1

D) 1992

23) ¿Cuál es mayor?

A) 3^3 B) 5^2 C) $(-1)^{30}$ D) $(-2)^5$

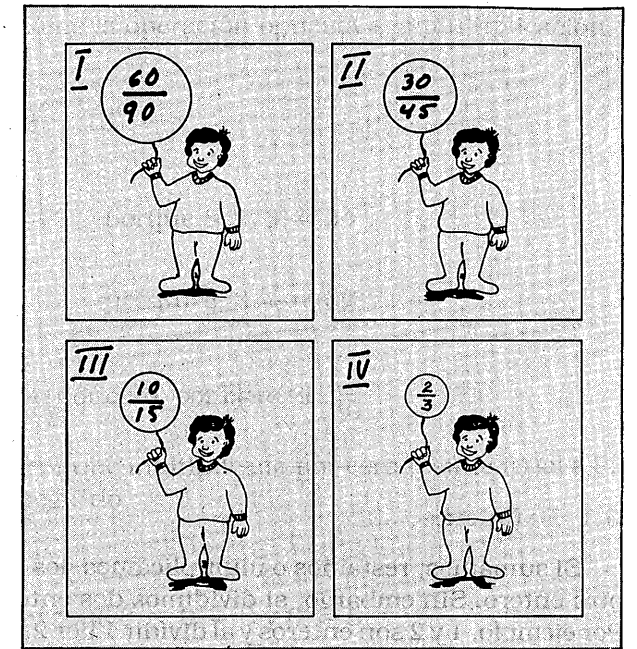
24) ¿Cuál es menor?

A) $(-2)^6$ B) $(-1)^{10}$

C) -4

D) -8

25) ¿Cuál de los siguientes es CIERTO?

A) $|-30| = -30$ B) $-|8 + (-11)| = 3$ C) $(-1)^{100} = 100$ D) $3^2 - 2^3 = 1$ 

Una fracción se encuentra en su forma más simple si el numerador y el denominador no tienen factores comunes distintos de 1.

FRACCIONES**3**

3 FRACCIONES

3.1 Definición

Si sumamos, restamos o multiplicamos dos enteros, siempre obtenemos otro entero. Sin embargo, si dividimos dos enteros, no siempre sucede así. Por ejemplo, 1 y 2 son enteros y al dividir 1 por 2, representado como $1 \div 2$, el resultado no es un entero. Lo mismo sucede cuando se divide 5 por 3, el resultado tampoco es un entero. Así como estos ejemplos, hay muchos más. Esto nos lleva a un nuevo conjunto numérico llamado los **números racionales**.

Una fracción es un número que representa la división de dos enteros, siendo el divisor diferente de cero. Si usamos la letra **a** para representar un entero y la letra **b** para representar otro entero diferente de cero, entonces una fracción es un número que se puede expresar como $\frac{a}{b}$. A un número de este tipo se le llama racional.

El entero representado por **a** se llama el **numerador** y el entero representado por **b** se llama el **denominador**. El numerador y el denominador son los **términos** de la fracción.

Ejemplos:

- 1) $1 \div 2$ se escribe en forma de fracción como $\frac{1}{2}$
- 2) $3 \div 4$ se escribe en forma de fracción como $\frac{3}{4}$
- 3) $-2 \div 5$ se escribe en forma de fracción como $-\frac{2}{5}$

La división se consideró como la operación opuesta a la multiplicación. Resulta que:

$$15 \div 3 = 5 \text{ porque } 5 \times 3 = 15$$

$$3 \overline{)24}^8$$

$$\text{porque } 8 \times 3 = 24$$

$$\frac{32}{4} = 8$$

$$\text{porque } 8 \times 4 = 32$$

Si consideramos la división por cero, por ejemplo: $\frac{9}{0}$

y tratamos de hallar un número que multiplicado por cero resulte igual a 9, vemos que es imposible conseguirlo.

Ejemplos:

- 1) ¿Es $\frac{5}{0} = 3$? No, porque $3 \times 0 = 0$ y $0 \neq 5$.
- 2) ¿Es $\frac{5}{0} = 4$? No, porque $4 \times 0 = 0$ y $0 \neq 5$.

Por lo tanto, no es posible dividir un entero distinto de cero por cero. Si tratamos de dividir cero por cero, esto es $\frac{0}{0}$

encontramos que cualquier número puede ser solución.

Ejemplos:

- 1) ¿Es $\frac{0}{0} = 1$? Sí, porque $1 \times 0 = 0$.
- 2) ¿Es $\frac{0}{0} = 2$? Sí, porque $2 \times 0 = 0$.

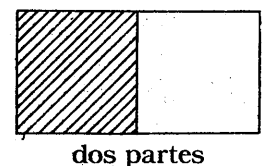
Por lo tanto, se descarta la división por cero sin importar el valor del dividendo.

3.2 Representación de una fracción

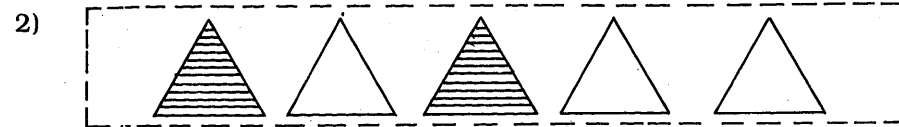
Una fracción puede representar las partes de un todo. El denominador indica el número de partes iguales en un todo. El numerador indica el número de estas partes que han sido seleccionadas.

Ejemplos:

- 1) $\frac{1}{2}$ Puede representarse como



La figura se dividió en dos partes iguales, el denominador indica el número de partes iguales en que se dividió la figura. El numerador indica el número de partes sombreadas. La parte sombreada representa $\frac{1}{2}$ de la figura.

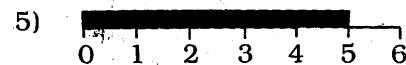
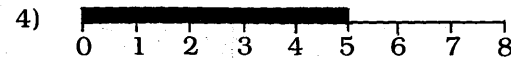
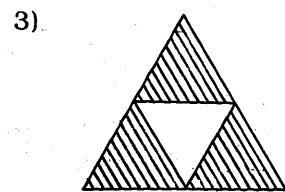
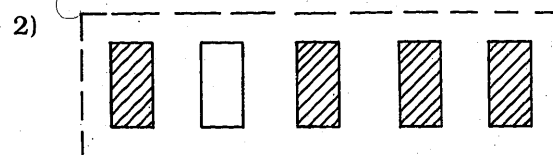
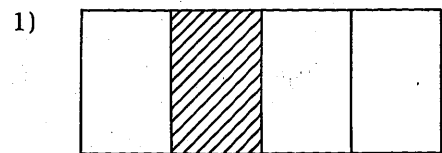


Hay 5 unidades iguales y se sombrearon dos. Las dos partes sombreadas se expresan como $\frac{2}{5}$ del total.

- 3) En una clase hay 35 estudiantes. De éstos, 4 son varones. La parte de la clase que son varones se expresa como $\frac{4}{35}$.

Ejercicio 3.2

Expresar como una fracción la parte sombreada en cada ejercicio.



Resolver.

- 6) Durante su primer año Juan aprobó 27 créditos de un total de 130 necesarios para completar sus estudios. ¿Qué parte de los créditos aprobó?
- 7) En una urbanización hay 35 casas y 8 están desocupadas. ¿Qué parte de las casas están desocupadas?
- 8) En la clase de matemáticas hay 32 estudiantes. De éstos 27 tomaron el primer examen. ¿Qué parte de los estudiantes no tomó el examen?

3.3 Clasificación de fracciones

Las fracciones se clasifican en **propias** e **impropias**

Una fracción propia es aquella donde el numerador es menor que el denominador. En caso contrario, la fracción es impropia.

Ejemplos:

FRACCIONES	
Propias (numerador menor que el denominador)	Impropias (numerador mayor o igual que el denominador)
$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{5}$
$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{2}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{4}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{1}$

Un número mixto está formado por un entero y una fracción propia.

Ejemplos: $1\frac{3}{5}$, $2\frac{1}{6}$, $10\frac{1}{2}$

Los números mixtos pueden expresarse como fracciones impropias. Para esto se multiplica el entero por el denominador y a este producto le sumamos el numerador. Esta suma representa el numerador de la fracción impropia y se repite el denominador.

Ejemplos:

$$1) \quad 3\frac{1}{5} \quad \frac{(3 \times 5) + 1}{5} = \frac{16}{5}$$

$$2) \quad 21\frac{5}{6} \quad \frac{(21 \times 6) + 5}{6} = \frac{131}{6}$$

$$3) \quad 1\frac{3}{4} \quad \frac{(1 \times 4) + 3}{4} = \frac{7}{4}$$

Las fracciones impropias pueden expresarse como números mixtos. Para esto se divide el numerador por el denominador. El cociente representa el entero del número mixto, el residuo representa el numerador y el denominador es el mismo de la fracción impropia.

Ejemplos:

$$1) \quad \frac{25}{6} \quad \begin{array}{r} \text{cociente} \\ 4 \\ 6 \overline{) 25} \\ \underline{24} \\ 1 \\ \text{residuo} \end{array} = 4\frac{1}{6}$$

$$2) \quad \frac{181}{9} \quad \begin{array}{r} 20 \\ 9 \overline{) 181} \\ \underline{18} \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} = 20\frac{1}{9}$$

$$3) \quad \frac{101}{7} \quad \begin{array}{r} 14 \\ 7 \overline{) 101} \\ \underline{7} \\ 31 \\ \underline{28} \\ 3 \end{array} = 14\frac{3}{7}$$

Observamos que expresar una fracción impropia como un número mixto es un proceso de división, donde el numerador es el dividendo y el denominador es el divisor. El número mixto es el resultado de esta división.

Ejercicio 3.3

Expresar como fracciones impropias.

$$1) \quad 5\frac{3}{4}$$

$$5) \quad 10\frac{3}{5}$$

$$2) \quad 3\frac{2}{3}$$

$$6) \quad 12\frac{1}{4}$$

$$3) \quad 2\frac{4}{5}$$

$$7) \quad 200\frac{1}{3}$$

$$4) \quad 7\frac{25}{26}$$

$$8) \quad 250\frac{1}{4}$$

Expresar como números mixtos.

$$9) \quad \frac{9}{8}$$

$$13) \quad \frac{200}{3}$$

$$10) \quad \frac{13}{4}$$

$$14) \quad \frac{161}{8}$$

$$11) \quad \frac{58}{9}$$

$$15) \quad \frac{135}{4}$$

$$12) \quad \frac{428}{15}$$

$$16) \quad \frac{151}{12}$$

3.4 Simplificación de fracciones

Hay ocasiones donde el numerador y el denominador tienen factores comunes. En estos casos las fracciones se pueden simplificar.

Una fracción se encuentra en su forma más simple si el numerador y el denominador no tienen factores comunes distintos de 1.

Ejemplos:

1) La fracción $\frac{6}{8}$ no está en su forma más simple ya que 6 y 8 tienen el 2 como factor común.

2) La fracción $\frac{15}{12}$ tampoco está en su forma más simple ya que 15 y 12 tienen el 3 como factor común.

Para simplificar una fracción:

- 1) Buscamos el máximo común divisor del numerador y del denominador.
- 2) Dividimos el numerador y el denominador por el máximo común divisor.
- 3) Escribimos la fracción simplificada.

Ejemplos:

1) $\frac{20}{72}$

Buscamos el máximo común divisor de 20 y 72.

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

El máximo común divisor es $2^2 = 4$

Dividimos el numerador y el denominador por 4.

$$\frac{20 \div 4}{72 \div 4} = \frac{5}{18}$$

2) $\frac{105}{30}$

Buscamos el máximo común divisor de 105 y 30.

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

El máximo común divisor es $3 \times 5 = 15$

Dividimos 105 y 30 por 15 resultando,

$$\frac{105 \div 15}{30 \div 15} = \frac{7}{2}$$

3) $\frac{100}{75}$

En ocasiones podemos hallar el máximo común divisor mentalmente.

$$\frac{100}{75} = \frac{100 \div 25}{75 \div 25} \quad \frac{100}{75} = \frac{5 \times 5 \times 4}{5 \times 5 \times 3} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{100}{75} = \frac{4}{3} \quad \frac{100 \div 5 = 4}{75 \div 5 = 3}$$

También, podemos simplificar una fracción expresando el numerador y el denominador como un producto de factores primos en forma expandida. Luego, eliminamos los factores primos comunes.

Ejemplos:

1) $\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3}$

$$= \frac{2}{3}$$

Expresamos la factorización prima de 4 y 6. Luego, eliminamos el 2 que es el factor primo común.

2) $\frac{18}{24} = \frac{2 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3}$

$$= \frac{3}{4}$$

Expresamos la factorización prima de 18 y 24. Eliminamos 2 y 3 que son los factores primos comunes.

3) $\frac{28}{36} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 3}$

$$= \frac{7}{9}$$

Eliminamos dos veces el factor 2.

$$4) \frac{9}{27} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{3}}$$

$$= \frac{1}{3}$$

En este caso, eliminamos todos los factores primos del numerador.

Ejercicio 3.4

Simplificar completamente.

$$1) \frac{5}{10}$$

$$6) \frac{50}{45}$$

$$11) \frac{86}{94}$$

$$16) \frac{69}{92}$$

$$2) \frac{36}{20}$$

$$7) \frac{40}{75}$$

$$12) \frac{106}{18}$$

$$17) \frac{49}{343}$$

$$3) \frac{36}{12}$$

$$8) \frac{28}{72}$$

$$13) \frac{46}{69}$$

$$18) \frac{54}{324}$$

$$4) \frac{8}{56}$$

$$9) \frac{24}{24}$$

$$14) \frac{65}{91}$$

$$19) \frac{26}{65}$$

$$5) \frac{36}{45}$$

$$10) \frac{15}{18}$$

$$15) \frac{58}{87}$$

$$20) \frac{201}{603}$$

3.5 Comparación de fracciones

A veces es conveniente saber si una fracción es mayor que otra.

Para determinar si una fracción es mayor que otra expresamos ambas fracciones con un mismo denominador y vemos cuál numerador es mayor.

Ejemplos:

$$1) \text{ ¿Cuál es menor } \frac{3}{4} \text{ ó } \frac{5}{6} ?$$

Hallamos el mínimo común múltiplo de 4 y 6.

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \times 3$$

El mínimo común múltiplo es $2^2 \times 3 = 12$

Expresamos $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ como doceavos

$$\frac{3}{4} = \frac{(12 \div 4) \times 3}{12}$$

$$= \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{(12 \div 6) \times 5}{12}$$

$$= \frac{10}{12}$$

Como 9 es menor que 10, $\frac{9}{12}$ es menor que $\frac{10}{12}$

Pero, $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ y $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$, entonces $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$. Decimos que $\frac{3}{4}$ y

$\frac{9}{12}$, al igual que $\frac{5}{6}$ y $\frac{10}{12}$ son **fracciones equivalentes**, pues son fracciones que representan el mismo número.

2) Comparemos ahora $\frac{5}{6}$ y $\frac{13}{15}$.

Buscamos el mínimo común múltiplo de 6 y 15, que es 30.

Expresamos $\frac{5}{6}$ y $\frac{13}{15}$ como treintavos.

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5}$$

$$= \frac{25}{30}$$

$$\frac{13}{15} = \frac{13 \times 2}{15 \times 2}$$

$$= \frac{26}{30}$$

Resultando que $\frac{13}{15} > \frac{5}{6}$.

También, podemos comparar fracciones sin buscar un denominador común. Este método consiste en multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda. Luego, multiplicamos el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda. Si el primer producto es mayor que el segundo, la primera fracción es mayor. De lo contrario, la segunda es mayor.

Ejemplos:

Para comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{2}$ multiplicamos

1) $\frac{2}{3} ? \frac{1}{2}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, esto es, $2 \times 2 = 4$. Luego, multiplicamos el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda, es decir,

$$3 \times 1 = 3. \text{ Como } 4 > 3, \text{ entonces } \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

2) $\frac{3}{5} ? \frac{4}{7}$

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

$$3 \times 7 = 21$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$21 > 20$$

Por lo tanto, $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$

3) $\frac{5}{9} ? \frac{4}{7}$

$$\frac{5}{9} \times \frac{4}{7} = \frac{5 \times 4}{9 \times 7} = \frac{20}{63}$$

$$5 \times 7 = 35$$

$$9 \times 4 = 36$$

$$35 < 36$$

Concluimos que $\frac{5}{9} < \frac{4}{7}$

Ejercicio 3.5

Determinar cuál fracción es mayor.

1) $\frac{3}{4}$ ó $\frac{1}{4}$

5) $\frac{3}{4}$ ó $\frac{4}{5}$

9) $\frac{12}{29}$ ó $\frac{5}{12}$

2) $\frac{3}{5}$ ó $\frac{5}{8}$

6) $\frac{1}{9}$ ó $\frac{4}{35}$

10) $\frac{11}{13}$ ó $\frac{5}{6}$

3) $\frac{3}{8}$ ó $\frac{8}{21}$

7) $\frac{6}{5}$ ó $\frac{5}{4}$

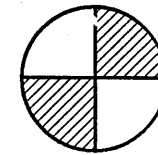
4) $\frac{3}{7}$ ó $\frac{4}{14}$

8) $\frac{9}{10}$ ó $\frac{5}{6}$

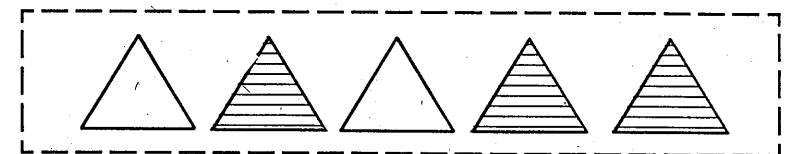
3.6 Repaso

¿Qué fracción representa la parte sombreada en cada una de las siguientes figuras? Expresarla en su forma más simple.

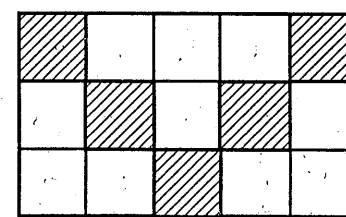
1)



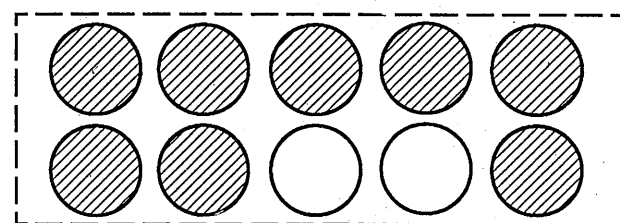
2)



3)



4)



Expresar como una fracción impropia.

5) $5 \frac{1}{4}$

8) $14 \frac{29}{31}$

11) $100 \frac{3}{4}$

6) $15 \frac{2}{3}$

9) $50 \frac{5}{6}$

12) $150 \frac{1}{2}$

7) $17 \frac{1}{2}$

10) $300 \frac{2}{5}$

Expresar como un número mixto.

13) $\frac{23}{5}$

16) $\frac{769}{27}$

19) $\frac{583}{4}$

14) $\frac{41}{15}$

17) $\frac{54}{5}$

20) $\frac{198}{7}$

15) $\frac{428}{7}$

18) $\frac{868}{3}$

Simplificar completamente.

21) $\frac{3}{12}$

28) $\frac{57}{95}$

22) $\frac{55}{66}$

29) $\frac{40}{64}$

23) $\frac{24}{36}$

30) $\frac{18}{54}$

24) $\frac{24}{48}$

31) $\frac{35}{84}$

25) $\frac{48}{40}$

32) $\frac{14}{91}$

26) $\frac{42}{70}$

33) $\frac{49}{77}$

27) $\frac{51}{85}$

34) $\frac{20}{52}$

35) ¿Cuál de las siguientes fracciones es mayor?

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{3}{7}, \frac{7}{13}, \frac{11}{20}, \frac{7}{10}$$

Resolver y expresar el resultado en su forma más simple.

36) De los 41 estudiantes que tomaron el primer examen de matemáticas 21 de ellos obtuvieron una nota de C. ¿Qué parte de la clase obtuvo C?

37) A una función de teatro asistieron 420 personas. Si había 126 niños, ¿qué parte de los asistentes eran adultos?

38) Un equipo de baloncesto ganó 8 de los 11 juegos celebrados. ¿Qué parte de los juegos ganó?

39) Juan gana \$1,600 mensuales y paga \$250 de alquiler. ¿Qué parte del sueldo gasta en alquiler?

40) De los 1,425 estudiantes matriculados en un colegio 525 son de primer año. ¿Qué parte de los estudiantes no son de primer año?



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{2}{5} = \frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{10} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$

CIERTO FALSO



OPERACIONES

CON

FRACCIONES

4

4

OPERACIONES CON FRACCIONES

4.1 Suma y resta de fracciones

Frecuentemente necesitamos sumar o restar fracciones. Para hacer esto, debemos seguir un proceso diferente al que utilizamos con los números enteros.

Para sumar o restar fracciones debemos asegurarnos que tengan el mismo denominador. Si no es así, es necesario expresarlas con un denominador común. Esto se consigue transformando una o las dos fracciones a otras equivalentes cuyo denominador sea el mínimo común múltiplo de los denominadores. Luego, sumamos o restamos los numeradores, según el caso, y escribimos el mismo denominador. Si es posible, simplificamos el resultado.

Ejemplos:

$$1) \frac{2}{11} + \frac{5}{11}$$

$$\frac{2}{11} + \frac{5}{11} = \frac{2+5}{11} = \frac{7}{11}$$

Las dos fracciones tienen el mismo denominador. Sumamos los numeradores y escribimos el mismo denominador.

$$2) \frac{3}{13} - \frac{2}{13}$$

$$\frac{3}{13} - \frac{2}{13} = \frac{3-2}{13} = \frac{1}{13}$$

Ambas fracciones tienen el mismo denominador. Restamos los numeradores y escribimos el mismo denominador.

$$3) \frac{3}{4} + \frac{7}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4}$$

$$= \frac{\cancel{2} \times 5}{\cancel{2} \times 2}$$

En este ejemplo, hemos simplificado el resultado.

$$= \frac{5}{2}$$

$$4) \frac{11}{12} - \frac{5}{12}$$

$$\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{11-5}{12} = \frac{6}{12}$$

$$= \frac{\cancel{2} \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}}$$

En este ejemplo, también hemos simplificado.

$$= \frac{1}{2}$$

$$5) \frac{2 \times 3}{3 \times 4} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2}$$

$$\frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$$

Hallamos el mínimo común denominador, que es el mínimo común múltiplo de los denominadores. Por lo tanto, el mínimo común denominador es 12. Expresamos cada fracción con dicho denominador. Para esto

$$\frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$$

hemos multiplicado ambos términos de la primera fracción por 3 y los de la segunda fracción por 2. Luego, sumamos como en los casos anteriores.

$$6) \frac{9}{16} + \frac{7}{12}$$

$$\frac{9 \times 3}{16 \times 3} = \frac{27}{48}$$

En este caso, el mínimo común denominador es 48.

$$\frac{7 \times 4}{12 \times 4} = \frac{28}{48}$$

$$\frac{27}{48} + \frac{28}{48} = \frac{55}{48}$$

Finalmente, sumamos.

$$7) \frac{7}{15} - \frac{3}{10}$$

$$\frac{7 \times 2}{15 \times 2} = \frac{14}{30}$$

El mínimo común denominador es 30.

$$\frac{3 \times 3}{10 \times 3} = \frac{9}{30}$$

$$\frac{14}{30} - \frac{9}{30} = \frac{5}{30}$$

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

Al final, simplificamos.

$$8) \frac{3}{1} - \frac{5}{7}$$

$$\frac{3}{1} - \frac{5}{7}$$

Expresamos 3 como $\frac{3}{1}$.

$$\frac{3 \times 7}{1 \times 7} = \frac{21}{7}$$

El mínimo común denominador es 7.

$$\frac{21}{7} - \frac{5}{7} = \frac{16}{7}$$

En los ejemplos presentados hasta ahora hemos hallado el mínimo común denominador haciendo uso de la factorización prima de los denominadores, según lo estudiado en el Capítulo 1. Sin embargo, existe otro método que en muchos casos resulta sumamente útil y sencillo. Este método consiste en usar un **algoritmo**, es decir, una lista de instrucciones que seguidas al pie de la letra nos llevan a la resolución de un problema dado. En nuestro caso, el algoritmo a usarse es el siguiente:

Algoritmo para hallar el mínimo común denominador de dos fracciones:

Paso 1. Hallar el denominador mayor.

Paso 2. Verificar si el denominador mayor es un múltiplo del denominador menor. Si esto es cierto, el denominador mayor es el mínimo común denominador buscado y el proceso termina. En caso contrario, continuar con el siguiente paso.

Paso 3. Multiplicar el denominador mayor por un factor, en este caso 2, y verificar si este producto es un múltiplo del denominador menor. Si esto es cierto, el producto hallado resulta ser el mínimo común denominador que estamos buscando y el proceso termina. En caso contrario, continuar con el siguiente paso.

Paso 4. Sumar uno al factor usado anteriormente. Multiplicar el denominador mayor por este nuevo factor. Verificar si el producto obtenido es un múltiplo del denominador menor. Si esto es cierto, el nuevo producto es el mínimo común denominador que estamos buscando y el proceso termina. En caso contrario, repetir el paso 4, hasta que eventualmente obtengamos un múltiplo del denominador menor.

A continuación presentamos algunos ejemplos para ilustrar el uso del algoritmo antes expuesto.

Ejemplos:

$$1) \frac{1}{5} \text{ y } \frac{3}{10}$$

El denominador mayor es 10. Vemos que 10 es un múltiplo de 5, es decir, $10 = 2 \times 5$. Por tanto, 10 es el mínimo común denominador.

$$2) \frac{3}{4} \text{ y } \frac{5}{6}$$

El denominador mayor es 6. Vemos que 6 no es un múltiplo de 4. Multiplicamos $6 \times 2 = 12$ y vemos que este producto es un múltiplo de 4. Por tanto, 12 es el mínimo común denominador.

$$3) \frac{1}{3} \text{ y } \frac{2}{5}$$

El denominador mayor es 5. Vemos que 5 no es un múltiplo de 3. Multiplicamos $5 \times 2 = 10$ y vemos que 10 no es un múltiplo de 3. Por lo tanto, sumamos $2 + 1 = 3$ y multiplicamos $5 \times 3 = 15$. Vemos que 15 es un múltiplo de 3. Por tanto, 15 es el mínimo común denominador.

$$4) \frac{5}{8} \text{ y } \frac{9}{20}$$

El denominador mayor es 20. Vemos que 20 no es un múltiplo de 8. Multiplicamos $20 \times 2 = 40$ y vemos que 40 es un múltiplo de 8. Por tanto, 40 es el mínimo común denominador.

El algoritmo usado anteriormente puede generalizarse a más de dos denominadores.

Ejercicio 4.1

Hallar el numerador que falta.

$$1) \frac{1}{3} = \frac{?}{12}$$

$$2) \frac{7}{2} = \frac{?}{30}$$

$$3) \frac{3}{5} = \frac{?}{90}$$

$$4) \frac{120}{7} = \frac{?}{35}$$

$$5) \frac{?}{15} = \frac{4}{5}$$

$$6) \frac{?}{24} = \frac{5}{6}$$

$$7) \frac{?}{120} = \frac{3}{10}$$

$$8) \frac{?}{49} = \frac{1}{1}$$

$$9) \frac{11}{10} = \frac{?}{100}$$

$$10) \frac{5}{8} = \frac{?}{24}$$

$$11) \frac{11}{11} = \frac{?}{44}$$

$$12) \frac{32}{1} = \frac{?}{4}$$

Efectuar la operación indicada y expresar el resultado en su forma más simple.

$$13) \frac{2}{17} + \frac{4}{17}$$

$$14) \frac{5}{12} + \frac{3}{12}$$

$$15) \frac{5}{18} + \frac{1}{18}$$

$$16) \frac{11}{20} - \frac{7}{20}$$

$$17) \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$$

$$18) \frac{8}{15} - \frac{2}{15}$$

$$19) \frac{18}{10} + \frac{17}{10}$$

$$20) \frac{21}{11} - \frac{6}{11}$$

$$21) \frac{21}{30} + \frac{14}{30}$$

$$22) \frac{32}{45} - \frac{17}{45}$$

$$23) \frac{22}{48} + \frac{14}{48}$$

$$24) \frac{107}{49} - \frac{9}{49}$$

$$25) \frac{1}{8} + \frac{3}{4}$$

$$26) \frac{17}{18} - \frac{17}{90}$$

$$27) \frac{17}{30} + \frac{11}{42}$$

$$28) \frac{8}{30} - \frac{1}{20}$$

$$29) \frac{17}{18} + \frac{21}{24}$$

$$30) 10 - \frac{7}{8}$$

$$31) 11 + \frac{3}{4}$$

$$32) \frac{7}{10} + \frac{1}{100}$$

$$33) 15 + \frac{1}{5}$$

$$34) \frac{19}{42} + \frac{13}{70}$$

$$35) \frac{23}{34} - \frac{11}{51}$$

$$36) \frac{9}{40} - \frac{1}{30}$$

$$37) \frac{7}{15} - \frac{3}{10}$$

$$38) \frac{13}{126} - \frac{13}{180}$$

$$39) 25 - \frac{5}{4}$$

$$40) \frac{27}{38} - \frac{29}{57}$$

Resolver.

- 41) Una carretera de $\frac{5}{8}$ km de largo tiene $\frac{1}{2}$ km pavimentado. ¿Cuántos kilómetros le falta por pavimentar?
- 42) Carmen compró $\frac{7}{8}$ yardas de tela para hacerse una blusa y $\frac{1}{12}$ yarda de la misma tela para hacerle una corbata a su novio. ¿Cuántas yardas de tela compró?
- 43) Juan emplea $\frac{3}{10}$ partes de su sueldo mensual en la renta de la casa, $\frac{1}{5}$ en el pago del carro y $\frac{1}{10}$ para ahorros. ¿Qué parte de su sueldo le queda?
- 44) Un frasco lleno de vinagre pesa tres libras y se sabe que el peso del frasco es cinco octavos de libra. ¿Cuánto pesa el vinagre?
- 45) En la nevera hay jugo de china colocado en dos envases. El envase azul contiene media pinta y el rojo contiene $\frac{3}{8}$ pinta. ¿Cuánto jugo hay en los dos envases?
- 46) Carlos estudió $\frac{3}{5}$ hora el sábado y $\frac{5}{6}$ el domingo. ¿Qué tiempo dedicó a estudiar durante el fin de semana?
- 47) Una lata contenía $\frac{7}{8}$ galón de pintura y se usó solamente $\frac{1}{2}$ galón. ¿Cuánta pintura sobró?
- 48) Jacinto vendió $\frac{1}{5}$ de su finca, alquiló $\frac{2}{9}$ y el resto lo dedica al cultivo de arroz. ¿Qué parte de la finca dedica al cultivo de arroz?
- 49) ¿Cuánto aumenta $\frac{5}{8}$ si sumamos 3 al numerador y 2 al denominador?
- 50) Un plomero, instalando tubos de agua, usó tres pedazos que medían medio pie, tres cuartos de pie y dos tercios de pie. Los tres pedazos se cortaron de un tubo de dos pies de largo. ¿Cuántos pies de tubo sobraron?

4.2 Suma y resta de números mixtos

Para sumar números mixtos se suman las fracciones y los enteros por separado. El resultado se expresa como un número mixto en su forma más simple.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 3 \frac{1}{8} + 5 \frac{3}{7} \\ 3 \frac{1}{7} \\ + 5 \frac{3}{7} \\ \hline 8 \frac{4}{7} \end{array}$$

Sumamos las fracciones y los enteros por separado.

$$\begin{array}{r} 2) \quad 3 \frac{2}{3} + 4 \frac{1}{5} \\ 3 \frac{2}{3} = 3 \frac{10}{15} \\ + 4 \frac{1}{5} = 4 \frac{3}{15} \\ \hline \phantom{3 \frac{2}{3}} 7 \frac{13}{15} \end{array}$$

Expresamos las fracciones como quinceavos y sumamos las fracciones y los enteros por separado.

$$\begin{array}{r} 3) \quad 6 \frac{3}{4} + 10 \frac{5}{6} \\ \quad 6 \frac{3}{4} = 6 \frac{9}{12} \\ + \quad 10 \frac{5}{6} = 10 \frac{10}{12} \\ \hline \quad \quad \quad 16 \frac{19}{12} \\ \quad \quad \quad 17 \frac{7}{12} \end{array}$$

Expresamos las fracciones como doceavos.

Como $\frac{19}{12} = 1 \frac{7}{12}$

entonces, $16 + \frac{19}{12} = 17 \frac{7}{12}$.

Para restar números mixtos se restan las fracciones y los enteros por separado. El resultado se expresa como un número mixto en su forma más simple.

Ejemplos:

$$1) \quad 5 \frac{2}{7} - 3 \frac{1}{7}$$

$$\begin{array}{r} 5 \frac{2}{7} \\ - 3 \frac{1}{7} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \frac{1}{7}$$

Restamos las fracciones y los enteros por separado.

$$2) \quad 7 \frac{1}{6} - 2 \frac{5}{6}$$

$$\begin{array}{r} 7 \frac{1}{6} = 6 \frac{7}{6} \\ - 2 \frac{5}{6} = 2 \frac{5}{6} \\ \hline \end{array}$$

$$4 \frac{2}{6}$$

$$4 \frac{1}{3}$$

Como $\frac{1}{6}$ es menor que $\frac{5}{6}$ expresamos $7 \frac{1}{6}$ como $6 \frac{7}{6}$

Simplificamos $\frac{2}{6}$ como $\frac{1}{3}$

Entonces, $4 \frac{2}{6} = 4 \frac{1}{3}$

$$3) \quad 8 \frac{1}{6} - 3 \frac{8}{15}$$

$$\begin{array}{r} 8 \frac{1}{6} = 8 \frac{5}{30} \\ - 3 \frac{8}{15} = 3 \frac{16}{30} \\ \hline \end{array}$$

$$7 \frac{35}{30}$$

$$- 3 \frac{16}{30}$$

$$4 \frac{19}{30}$$

Como $\frac{5}{30}$ es menor que $\frac{16}{30}$

expresamos $8 \frac{5}{30}$ como $7 \frac{35}{30}$

$$4) \quad 7 - 2 \frac{5}{8}$$

$$\begin{array}{r} 7 = 6 \frac{8}{8} \\ - 2 \frac{5}{8} = 2 \frac{5}{8} \\ \hline 4 \frac{3}{8} \end{array}$$

Expresamos 7 como $6 \frac{8}{8}$

Ejercicio 4.2

Efectuar la operación indicada y expresar el resultado en su forma más simple.

$$1) \quad 3 \frac{1}{8} + 4 \frac{5}{8}$$

$$2) \quad 6 \frac{3}{4} + 4 \frac{5}{6}$$

$$3) \quad 7 \frac{3}{16} + 9 \frac{9}{20}$$

$$4) \quad 6 \frac{3}{4} + 2 \frac{5}{8}$$

$$5) \quad 7 \frac{3}{8} + 3 \frac{1}{8}$$

$$6) \quad 6 - 2 \frac{5}{7}$$

$$7) \quad 55 \frac{1}{8} - 29 \frac{9}{32}$$

$$8) \quad 4 \frac{7}{36} - 2 \frac{3}{48}$$

$$9) \quad 10 - 5 \frac{2}{9}$$

$$10) \quad 8 \frac{1}{4} - 3 \frac{3}{4}$$

$$11) \quad 1 \frac{5}{6} + 3 \frac{4}{9}$$

$$12) \quad 14 - 5 \frac{3}{11}$$

$$13) \quad \frac{3}{4} + 8 \frac{1}{4}$$

$$14) \quad 3 \frac{1}{2} + 8 \frac{1}{3}$$

$$15) \quad 4 \frac{1}{4} - 2 \frac{1}{3}$$

$$16) \quad 12 \frac{5}{6} - 12$$

Resolver.

- 17) En una tienda hay un rollo de tela de $37 \frac{1}{2}$ yardas y otro que tiene $62 \frac{5}{8}$ yardas. ¿Cuántas yardas de tela hay en total?

18) Un pantalón medía $32\frac{1}{2}$ pulgadas de largo. Al lavarlo encogió $1\frac{1}{3}$ pulgadas. ¿Cuánto mide actualmente?

19) Rosa Margarita trabajó $8\frac{1}{2}$ horas el lunes, 7 horas el martes, $7\frac{1}{2}$ horas el miércoles y $3\frac{3}{4}$ horas el jueves. ¿Cuántas horas trabajó durante los 4 días?

20) Hace tres meses Rady pesaba $128\frac{1}{4}$ libras. Actualmente pesa $116\frac{1}{2}$ libras. ¿Cuántas libras rebajó?

4.3 Multiplicación y división de fracciones

Al multiplicar fracciones se escribe el producto de los numeradores dividido por el producto de los denominadores. La fracción resultante se expresa en su forma más simple.

Ejemplos:

$$1) \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{2 \times 5}$$

Multiplicamos los numeradores y los denominadores.

$$= \frac{3}{10}$$

$$2) \frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{\cancel{3}^1 \times \cancel{8}_2}{\cancel{4}_2 \times \cancel{9}_3}$$

Simplificamos la expresión eliminando los factores comunes.

$$= \frac{2}{3}$$

$$3) \frac{3}{4} \times 5$$

$$\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3}{4} \times \frac{5}{1} = \frac{15}{4}$$

Expresamos 5 como $\frac{5}{1}$

$$4) 6 \times \frac{5}{12}$$

$$6 \times \frac{5}{12} = \frac{6}{1} \times \frac{5}{12}$$

Expresamos 6 como $\frac{6}{1}$

$$= \frac{\cancel{6}^1 \times 5}{1 \times \cancel{12}_2} = \frac{5}{2}$$

Simplificamos la expresión eliminando los factores comunes.

Para dividir fracciones necesitamos conocer cómo hallar el **recíproco** de un número. Este se consigue intercambiando el numerador y el denominador.

Un número es recíproco de otro si el producto de ambos es igual a uno.

Ejemplos:

Fracción

Recíproco

Fracción $\times$ Recíproco

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$$

$$\frac{8}{7}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{8}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{56}{56} = 1$$

$$5 = \frac{5}{1}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{6}{1} = 6$$

$$\frac{1}{6} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{7}$$

$$\frac{7}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{14}{14} = 1$$

Para dividir fracciones expresamos la división como la multiplicación de la primera fracción por el recíproco de la segunda.

Ejemplos:

$$1) \frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \div \frac{3}{5} &= \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \\ &= \frac{1 \times 5}{2 \times 3} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Expresamos la división como una multiplicación. Buscamos el recíproco de $\frac{3}{5}$ que es $\frac{5}{3}$ y efectuamos la multiplicación.

$$2) 8 \div \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} 8 \div \frac{2}{3} &= \frac{8}{1} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{\cancel{8}^4 \times 3}{1 \times \cancel{2}_1} \\ &= 12 \end{aligned}$$

Expresamos la división como una multiplicación y simplificamos la expresión.

$$3) \frac{16}{35} \div 8$$

$$\begin{aligned} \frac{16}{35} \div 8 &= \frac{16}{35} \times \frac{1}{8} \\ &= \frac{\cancel{16}^2 \times 1}{35 \times \cancel{8}_1} \\ &= \frac{2}{35} \end{aligned}$$

Ejercicio 4.3

Efectuar la operación indicada y expresar el resultado en su forma más simple.

$$1) \frac{2}{5} \times \frac{5}{7}$$

$$9) \frac{3}{10} \times \frac{10}{15}$$

$$2) \frac{15}{16} \times \frac{7}{20}$$

$$10) \frac{1}{2} \times 8$$

$$3) \frac{5}{9} \times 18$$

$$11) \frac{3}{4} \times \frac{3}{5}$$

$$4) 21 \times \frac{3}{7}$$

$$12) 12 \times \frac{5}{4}$$

$$5) \frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$$

$$13) \frac{18}{20} \times \frac{40}{72}$$

$$6) \frac{3}{8} \div \frac{9}{4}$$

$$14) 8 \div \frac{1}{3}$$

$$7) \frac{2}{3} \div 2$$

$$15) \frac{5}{6} \div 5$$

$$8) \frac{5}{12} \div \frac{10}{3}$$

$$16) \frac{45}{50} \div \frac{65}{75}$$

Resolver.

17) Libra y media de chocolate se reparte entre 9 niños. ¿Qué cantidad de chocolate le corresponde a cada uno?

18) Un curso de álgebra tiene 32 estudiantes. Si $\frac{5}{8}$ del curso obtuvo C en el primer examen, ¿cuántos estudiantes obtuvieron C?

19) Edgardo gana un sueldo mensual de \$1,200. Ahorra $\frac{5}{24}$ de su sueldo. ¿Cuánto ahorra mensualmente?

20) Rosa Inés estudia para su curso de álgebra $\frac{3}{4}$ hora diariamente. ¿Cuántas horas estudia de lunes a viernes?

4.4 Multiplicación y división de números mixtos

Para multiplicar o dividir números mixtos los expresamos como fracciones impropias y efectuamos la operación indicada. El resultado se expresa como un número mixto en su forma más simple.

Ejemplos:

$$1) \quad 3 \frac{1}{2} \times 4 \frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} 3 \frac{1}{2} \times 4 \frac{4}{5} &= \frac{7}{2} \times \frac{24}{5} \\ &= \frac{7 \times \overset{12}{\cancel{24}}}{\cancel{2} \times 5} \\ &= \frac{84}{5} \\ &= 16 \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Expresamos los números mixtos como fracciones impropias. Multiplicamos y simplificamos la expresión.

$$2) \quad \frac{1}{8} \times 7 \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} \times 7 \frac{2}{3} &= \frac{1}{8} \times \frac{23}{3} \\ &= \frac{1 \times 23}{8 \times 3} \\ &= \frac{23}{24} \end{aligned}$$

$$3) \quad 5 \frac{3}{4} \times 3$$

$$\begin{aligned} 5 \frac{3}{4} \times 3 &= \frac{23}{4} \times \frac{3}{1} \\ &= \frac{23 \times 3}{4 \times 1} \\ &= \frac{69}{4} \\ &= 17 \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$4) \quad 3 \frac{2}{7} \div 5$$

$$\begin{aligned} 3 \frac{2}{7} \div 5 &= \frac{23}{7} \div \frac{5}{1} \\ &= \frac{23}{7} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{23}{35} \end{aligned}$$

$$5) \quad 3 \frac{2}{9} \div 2 \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} 3 \frac{2}{9} \div 2 \frac{1}{3} &= \frac{29}{9} \div \frac{7}{3} \\ &= \frac{29}{9} \times \frac{3}{7} \\ &= \frac{29 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{9} \times 7} \text{ que es igual a } \frac{29 \times 1}{3 \times 7} \\ &= \frac{29}{21} \text{ que es igual a } 1 \frac{8}{21} \end{aligned}$$

Ejercicio 4.4

Efectuar la operación indicada y expresar el resultado como un número mixto en su forma más simple.

1) $2\frac{1}{2} \times 5\frac{3}{4}$

2) $6\frac{7}{8} \times 5\frac{3}{4}$

3) $\frac{3}{8} \times 5\frac{3}{5}$

4) $4\frac{2}{7} \times 3$

5) $1\frac{2}{5} \div 3\frac{1}{2}$

6) $6\frac{3}{4} \div 4$

7) $5\frac{1}{3} \div \frac{4}{5}$

8) $6 \div 1\frac{3}{4}$

9) $7\frac{8}{9} \times 10\frac{1}{2}$

10) $2 \times 3\frac{1}{4}$

11) $11\frac{12}{13} \div 11\frac{12}{13}$

12) $9\frac{1}{3} \times 4$

13) $4\frac{7}{8} \div 2\frac{3}{5}$

14) $15 \div 1\frac{1}{2}$

15) $17\frac{6}{7} \div \frac{6}{7}$

16) $14\frac{8}{9} \div 2\frac{4}{3}$

Resolver.

17) Un edificio de 8 pisos iguales mide $60\frac{2}{3}$ pies. ¿Cuánto mide cada piso?

18) Un vendedor viaja $66\frac{5}{6}$ millas en $1\frac{1}{2}$ horas. ¿Cuántas millas viaja en 1 hora?

19) Un pedazo de jamón pesa $12\frac{1}{2}$ libras. Se quiere dividir el jamón en porciones de $1\frac{1}{4}$ libra para la venta. ¿Cuántas porciones se obtendrán?

20) Para hacer un flan de leche se necesita:

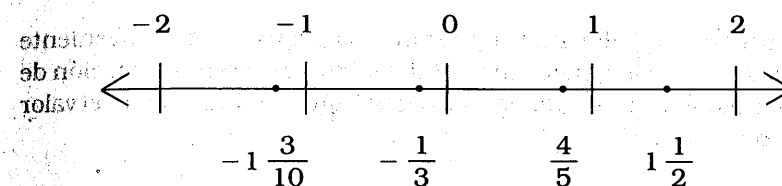
- 1 taza de leche
- 1 taza de azúcar
- 2 huevos
- $\frac{1}{2}$ cucharadita de vainilla

Si la receta se aumenta $2\frac{1}{2}$ veces. ¿Qué cantidad se necesita de cada ingrediente?

4.5 Fracciones positivas y negativas

Las fracciones pueden ser positivas o negativas. Cuando la fracción no tiene signo se sobreentiende que es positiva. Las fracciones positivas se representan a la derecha del cero y las negativas a la izquierda.

Ejemplos:



A continuación aparecen ejemplos que ilustran las diferentes posiciones donde se puede colocar el signo negativo (-) de una fracción.

Signo negativo antecediendo a la fracción	Signo negativo en el numerador	Signo negativo en el denominador
$-\frac{4}{7}$	$\frac{-4}{7}$	$\frac{4}{-7}$
$-2\frac{3}{5} = -\frac{13}{5}$	$\frac{-13}{5}$	$\frac{13}{-5}$

Notaremos que el signo puede ser colocado en diferentes posiciones y el valor de la fracción no cambia.

Ejemplos de fracciones positivas con dos signos negativos.

Fracción positiva	Signos negativos en el numerador y en el denominador	Signos negativos en la fracción y en el numerador	Signos negativos en la fracción y en el denominador
$\frac{3}{5} = + \frac{3}{5}$	$\frac{-3}{-5}$	$- \frac{-3}{5}$	$- \frac{3}{-5}$
$\frac{8}{3} = + \frac{8}{3}$	$\frac{-8}{-3}$	$- \frac{-8}{3}$	$- \frac{8}{-3}$
$7 \frac{1}{4} = + \frac{29}{4}$	$\frac{-29}{-4}$	$- \frac{-29}{4}$	$- \frac{29}{-4}$

Cuando el numerador y el denominador no son positivos, es conveniente hacer los cambios necesarios hasta conseguirlo. Para expresar la fracción de este modo, debemos efectuar un doble cambio de signo. Al hacer esto, el valor de la fracción no cambia.

Ejemplos:

1) $\frac{1}{-2}$

$$\frac{1}{-2} = - \frac{1}{2}$$

Cambiamos el signo del denominador y el signo de la fracción. Notemos que hicimos un doble cambio de signo.

2) $-\frac{3}{-8}$

$$-\frac{3}{-8} = \frac{3}{8}$$

Cambiamos el signo del denominador y el de la fracción, haciendo un doble cambio de signo.

3) $\frac{-5}{-4}$

$$\frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$$

Cambiamos el signo al numerador y al denominador.

4) $\frac{-3}{7}$

$$\frac{-3}{7} = - \frac{3}{7}$$

Cambiamos el signo al numerador y a la fracción.

5) $-\frac{-4}{11}$

$$-\frac{-4}{11} = \frac{4}{11}$$

Cambiamos el signo al numerador y a la fracción. Notemos que en todos los casos hemos hecho un doble cambio de signo.

Para efectuar las operaciones básicas con fracciones positivas y negativas procedemos del mismo modo que con los enteros.

Ejemplos:

1) $\frac{3}{4} + \left(\frac{-5}{6}\right)$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} + \left(\frac{-5}{6}\right) &= \frac{9}{12} + \frac{(-10)}{12} \\ &= \frac{9 + (-10)}{12} \\ &= \frac{-1}{12} \\ &= - \frac{1}{12} \end{aligned}$$

2) $-\frac{4}{5} - \frac{7}{10}$

$$\begin{aligned} -\frac{4}{5} - \frac{7}{10} &= - \frac{8}{10} - \frac{7}{10} \\ &= \frac{-8}{10} + \frac{(-7)}{10} \\ &= \frac{-15}{10} \\ &= - \frac{15}{10} \\ &= - \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$3) -\frac{2}{7} \times \frac{14}{19}$$

$$-\frac{2}{7} \times \frac{14}{19} = -\frac{2 \times \cancel{14}^2}{\cancel{7}_1 \times 19} = -\frac{4}{19}$$

$$4) 3\frac{1}{2} \div (-7)$$

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{2} \div \frac{-7}{1} &= \frac{7}{2} \div \left(-\frac{7}{1}\right) \\ &= \frac{7}{2} \times \left(-\frac{1}{7}\right) \\ &= \frac{\cancel{7} \times (-1)}{2 \times \cancel{7}} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ejercicio 4.5

Escribir cada fracción con numerador y denominador positivos.

1) $\frac{-7}{9}$

6) $\frac{7}{-8}$

2) $-\frac{-4}{13}$

7) $-\frac{5}{-4}$

3) $\frac{-11}{-13}$

8) $-\frac{-13}{-15}$

4) $\frac{-28}{-23}$

9) $-\frac{-21}{16}$

5) $\frac{15}{-16}$

10) $\frac{-8}{15}$

Efectuar las operaciones indicadas.

11) $\frac{5}{9} + \left(-\frac{1}{3}\right)$

24) $-2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3} - \left(-5\frac{7}{12}\right)$

12) $-\frac{3}{5} + \left(\frac{-1}{2}\right)$

25) $-5\frac{1}{4} - \left(-3\frac{1}{2}\right)$

13) $-\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$

26) $\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)$

14) $-\frac{2}{7} + \left(-\frac{5}{7}\right)$

27) $\left(\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{2}{7}\right)$

15) $2\frac{1}{2} + \left(-1\frac{1}{4}\right)$

28) $\left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{3}{5}\right)$

16) $-3\frac{5}{6} + \left(-2\frac{1}{3}\right)$

29) $\left(-1\frac{3}{8}\right) \left(-2\frac{2}{11}\right)$

17) $\frac{1}{3} + \left(\frac{-5}{12}\right) + \frac{3}{4}$

30) $\left(-\frac{5}{7}\right) \div \left(\frac{-10}{21}\right)$

18) $\frac{3}{8} - \frac{5}{8}$

31) $\frac{1}{12} \div \left(-\frac{5}{6}\right)$

19) $\frac{-4}{5} - \frac{7}{10}$

32) $\left(-5\frac{1}{3}\right) \div \left(-2\frac{2}{9}\right)$

20) $\frac{-1}{2} - \left(-\frac{3}{8}\right) + \frac{1}{4}$

33) $-7\frac{1}{3} \times 3$

21) $\frac{1}{3} - \frac{2}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right)$

34) $2\frac{1}{8} \times \left(-3\frac{1}{2}\right)$

22) $-3\frac{1}{2} - 5\frac{1}{8}$

35) $-4\frac{3}{4} \div 4$

23) $6\frac{2}{3} - 8\frac{5}{6}$

36) $8\frac{2}{3} \div (-2)$

4.6 Repaso

Efectuar la operación indicada y expresar el resultado en su forma más simple:

1) $\frac{1}{7} + \frac{2}{7}$

2) $\frac{5}{8} + \frac{1}{8}$

3) $\frac{1}{11} + \frac{2}{11} + \frac{7}{11}$

4) $\frac{3}{8} + \left(-\frac{5}{6}\right)$

5) $\frac{1}{8} + \frac{1}{7}$

6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

7) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$

8) $-\frac{9}{10} - \frac{1}{5}$

9) $\frac{3}{2} - \frac{1}{4}$

10) $11 - \left(-3\frac{1}{4}\right)$

11) $2\frac{1}{2} - \frac{7}{8}$

12) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6}$

13) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

14) $-\frac{2}{7} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

15) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

16) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$

17) $-\frac{1}{4} \times 3$

18) $4\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{2}$

19) $8 \times 1\frac{1}{3}$

20) $\frac{7}{8} \div \frac{3}{4}$

21) $-2 \div \left(-\frac{1}{11}\right)$

22) $\frac{8}{9} \div \frac{7}{8}$

23) $10\frac{1}{3} \div (-2)$

24) $8\frac{1}{6} \div 18\frac{2}{3}$

25) $7 \div \frac{1}{3}$

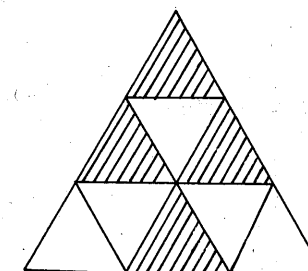
26) $5\frac{2}{7} \div \frac{3}{4}$

Resolver.

27) En una universidad hay 28,000 estudiantes. Si $\frac{4}{7}$ de éstos son de primer año, ¿cuántos estudiantes son de primer año?28) Una receta requiere $2\frac{2}{3}$ tazas de azúcar. ¿Cuántas tazas de azúcar son necesarias para duplicar la receta?29) Juan Carlos compró $2\frac{7}{16}$ libras de papas y $3\frac{1}{4}$ libras de yautía. ¿Cuánto pesan las papas y las yautías juntas?30) Un rollo tiene 30 yardas de papel. Se cortan dos pedazos de $5\frac{3}{4}$ yardas y $6\frac{7}{8}$ yardas cada uno. ¿Cuántas yardas quedan?31) Una finca de $31\frac{1}{3}$ acres se subdivide en solares de $\frac{2}{3}$ acres cada uno. ¿Cuántos solares se obtienen?32) Un viajero recorre 99 millas en $2\frac{1}{4}$ horas. ¿Cuántas millas recorre en 1 hora?33) Un anaquel de libros mide 45 pulgadas de largo. Si el ancho de cada libro es de $1\frac{1}{4}$ pulgadas. ¿Cuántos libros caben en el anaquel?34) Durante el mes de mayo la tasa de interés para los préstamos de auto fue de $12\frac{3}{8}$ por ciento. En septiembre la tasa de interés subió a $14\frac{1}{2}$ por ciento. ¿Cuánto subió la tasa de interés de mayo a septiembre?35) Un trozo de carne pesa $5\frac{1}{2}$ libras antes de hornearse y $4\frac{3}{8}$ libras luego de cocinarse. ¿Cuántas libras perdió al cocinarse?36) Un sastre compró $38\frac{3}{8}$ yardas de tela. Se sabe que $20\frac{5}{8}$ yardas eran de algodón y el resto era de hilo. ¿Cuántas yardas de tela de hilo compró?

4.7 Prueba acumulativa

Seleccionar la contestación correcta.



¿Qué parte de la figura está sombreada?

- A) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{4}{9}$
 B) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{9}{4}$

2) $4\frac{5}{6}$ expresado como una fracción impropia es:

- A) $\frac{10}{5}$ C) $\frac{29}{5}$
 B) $\frac{9}{6}$ D) $\frac{29}{6}$

3) El numerador que falta en $\frac{45}{24} = \frac{?}{8}$ es

- A) 3 C) 29
 B) 15 D) 40

4) Si expresamos $\frac{19}{5}$ como un número mixto obtenemos:

- A) $2\frac{4}{5}$ C) $3\frac{4}{5}$
 B) $3\frac{1}{5}$ D) $2\frac{1}{5}$

5) En la palabra ARECIBO, ¿qué parte de sus letras son vocales?

- A) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{7}{3}$
 B) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{7}{4}$

6) ¿Cuál de las siguientes fracciones es mayor?

- A) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{8}{9}$
 B) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{10}{11}$

7) La forma más simple de $\frac{28}{80}$ es:

- A) $\frac{14}{40}$ C) $\frac{7}{10}$
 B) $\frac{7}{20}$ D) $\frac{14}{20}$

8) En su forma más simple, $\frac{3}{10} + \frac{1}{6}$:

- A) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{4}{16}$
 B) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{28}{60}$

9) $\frac{5}{18} - \frac{1}{12} =$

- A) $\frac{4}{6}$ C) $\frac{7}{36}$
 B) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{13}{36}$

10) En su forma más simple, $5\frac{12}{14} - 2\frac{3}{7} =$

- A) $3\frac{9}{7}$ C) $\frac{9}{7}$
 B) $3\frac{3}{7}$ D) $\frac{3}{7}$

11) $5\frac{3}{8} + 2\frac{5}{6} =$

- A) $7\frac{5}{24}$ C) $8\frac{8}{24}$
 B) $7\frac{8}{24}$ D) $8\frac{5}{24}$

$$12) \frac{4}{9} \times \frac{27}{40} =$$

A) $\frac{10}{3}$

C) $\frac{3}{10}$

B) $\frac{7}{10}$

D) $\frac{10}{7}$

$$13) 3 \frac{1}{3} \times 4 \frac{1}{2} =$$

A) $7 \frac{2}{5}$

C) $12 \frac{1}{6}$

B) 10

D) 15

$$14) \frac{16}{27} \div \frac{8}{24} =$$

A) $\frac{8}{9}$

C) $\frac{16}{9}$

B) $\frac{9}{4}$

D) $\frac{81}{64}$

$$15) 5 \frac{1}{5} \div 4 =$$

A) $\frac{4}{5}$

C) $1 \frac{3}{10}$

B) $1 \frac{1}{5}$

D) $20 \frac{4}{5}$

$$16) \frac{-7}{10} + \frac{9}{10} =$$

A) $-\frac{1}{5}$

C) $\frac{16}{20}$

B) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{8}{5}$

17) Un bebé nació pesando $6 \frac{7}{8}$ libras y a los diez meses pesaba $18 \frac{1}{8}$ libras. ¿Cuántas libras aumentó?

A) 23

C) $11 \frac{3}{4}$

B) 12

D) $11 \frac{1}{4}$

18) El carro de Santiago recorre $16 \frac{2}{3}$ millas por galón de gasolina. ¿Cuántas millas recorrerá con 4 galones?

A) $20 \frac{2}{3}$

C) $64 \frac{2}{3}$

B) $21 \frac{2}{3}$

D) $66 \frac{2}{3}$

19) Un pedazo de alambre de $4 \frac{2}{3}$ metros de largo se corta en 7 pedazos iguales. ¿Cuánto mide cada pedazo?

A) $\frac{2}{3}$ metro

C) 1 metro

B) $\frac{3}{2}$ metro

D) $\frac{9}{14}$ metro

20) Roberto gastó $\frac{1}{3}$ de galón de pintura en el comedor, $\frac{1}{2}$ galón en el pasillo y $\frac{2}{3}$ galón en la sala. ¿Cuánta pintura utilizó en total?

A) $\frac{1}{2}$ galón

C) $\frac{14}{15}$ galón

B) $\frac{4}{5}$ galón

D) $1 \frac{1}{2}$ galón

21) En su forma más simple, $\frac{7}{21} - \frac{3}{14} =$

A) $\frac{4}{7}$

B) $\frac{4}{42}$

C) $\frac{2}{21}$

D) $\frac{5}{42}$

22) ¿Cuál de las siguientes fracciones es menor?

- A) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{11}{9}$
B) $\frac{8}{7}$ D) $\frac{7}{5}$

23) Al restar $5\frac{3}{8} - 4\frac{5}{8}$ obtenemos

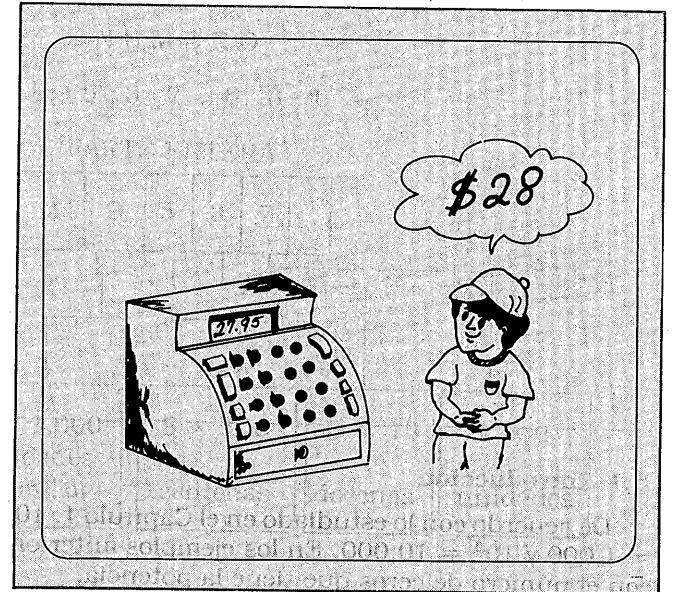
- A) $\frac{1}{4}$ C) $1\frac{1}{4}$
B) $\frac{3}{4}$ D) $1\frac{3}{4}$

24) Para tapizar una silla se necesitan $2\frac{1}{3}$ yardas de tela. ¿Cuántas yardas se necesitan para tapizar seis sillas?

- A) 14 C) $8\frac{1}{3}$
B) 4 D) $12\frac{1}{3}$

25) A una antena de $14\frac{5}{8}$ pies de largo le añadieron un pedazo de 2 pies. ¿Cuántos pies mide la nueva antena?

- A) $16\frac{1}{8}$ C) $16\frac{1}{4}$
B) $16\frac{3}{8}$ D) $16\frac{3}{4}$



Cuando redondeamos números obtenemos valores aproximados.

DECIMALES

5

5 DECIMALES

5.1 Introducción

De acuerdo con lo estudiado en el Capítulo 1, $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1,000$ y $10^4 = 10,000$. En los ejemplos anteriores el exponente coincide con el número de ceros que tiene la potencia.

Observando las fracciones $\frac{3}{10}$, $\frac{23}{100}$ y $\frac{41}{1,000}$ notamos que todas ellas tienen como denominador una potencia entera y positiva de 10. A estas fracciones se les conoce como **fracciones decimales**.

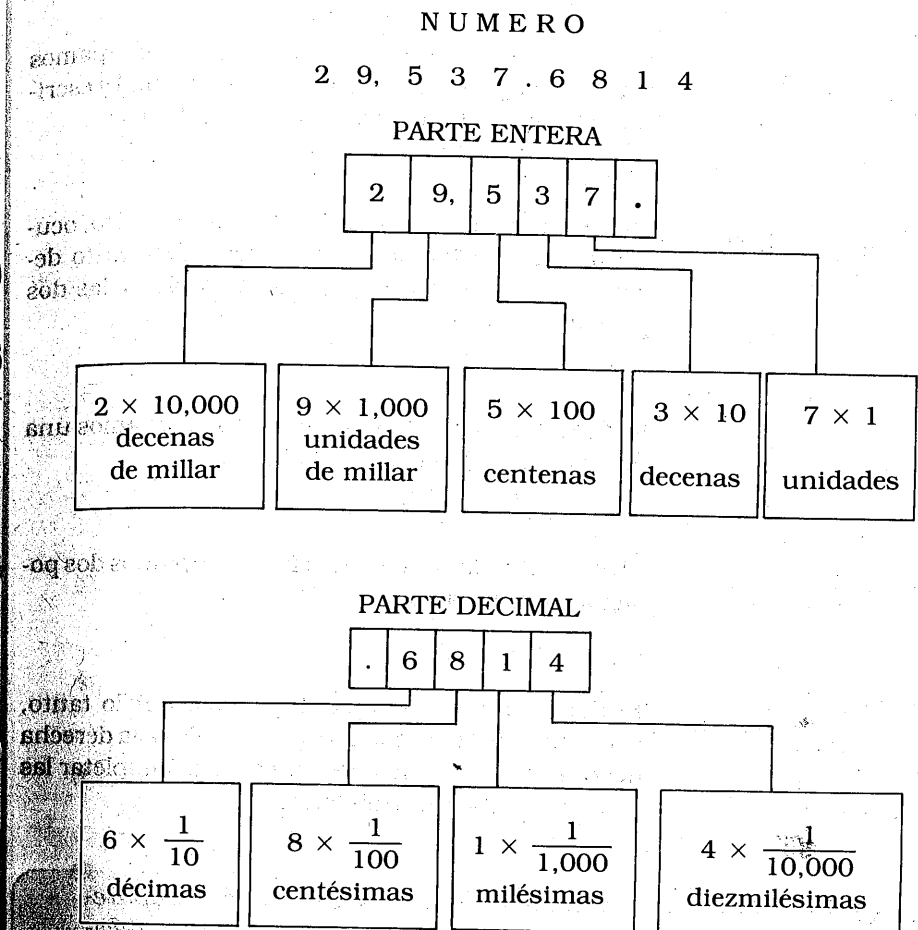
Una fracción decimal es aquella que tiene como denominador una potencia entera y positiva de 10.

Ejemplos:

- 1) $\frac{9}{10}$
- 2) $\frac{3}{100}$
- 3) $\frac{17}{1,000}$
- 4) $\frac{349}{10,000}$

El sistema numérico que usamos es posicional. Esto quiere decir que el valor de cada dígito lo determina la posición que ocupa. Cada posición tiene un valor y un nombre.

Ejemplo:



Todos los números tienen un punto llamado el **punto decimal**. El punto separa la parte entera de la parte decimal. Los enteros tienen el punto decimal en su extrema derecha y generalmente este punto no aparece escrito.

El diagrama nos indica el nombre de cada posición y su valor. Si nos fijamos, en la primera posición, a la izquierda del punto están las unidades. A la izquierda de las unidades están las decenas. Luego, aparecen las centenas, las unidades de millar y las decenas de millar.

A la derecha del punto decimal aparecen las décimas, centésimas, milésimas y diezmilésimas.

Para expresar las fracciones decimales en notación decimal no es necesario escribir el denominador. El exponente de 10, que coincide con el número de ceros de la potencia que aparece en el denominador, indica el número de posiciones que hay a la derecha del punto decimal. Cuando no hay parte entera, es recomendable escribir cero en la posición de las unidades.

Ejemplos:

- 1) $\frac{3}{10} = 0.3$

Como hay un cero en el denominador, ocupamos una posición a la derecha del punto decimal y escribimos cero en la posición de las unidades.
- 2) $\frac{9}{100} = 0.09$

Hay dos ceros en el denominador, por lo tanto, ocupamos dos posiciones a la derecha del punto decimal y añadimos un cero para completar las dos posiciones decimales.
- 3) $\frac{27}{10} = 2.7$

El denominador es 10, por lo tanto, ocupamos una posición a la derecha del punto.
- 4) $\frac{31}{100} = 0.31$

El denominador tiene dos ceros y ocupamos dos posiciones decimales.
- 5) $\frac{11}{10,000} = 0.0011$

El denominador tiene cuatro ceros, por lo tanto ocupamos cuatro posiciones decimales a la derecha del punto y añadimos dos ceros para completar las cuatro posiciones decimales.

Los decimales se leen considerando las posiciones que aparecen a la derecha del punto. Si hay una posición leemos "décimas", si hay dos leemos "centésimas", y así sucesivamente.

Ejemplos:

Fracción	Decimal	Escritura
1) $\frac{7}{10}$	0.7	siete décimas
2) $\frac{13}{10}$	1.3	uno y tres décimas
3) $\frac{3}{100}$	0.03	tres centésimas

- 4) $\frac{51}{100}$

0.51

cincuenta y una centésimas
- 5) $\frac{984}{100}$

9.84

nueve y ochenta y cuatro centésimas
- 6) $\frac{5}{1,000}$

0.005

cinco milésimas

Ejercicio 5.1

Expresar como un decimal.

- 1) $\frac{9}{10}$

7) $\frac{118}{100}$
- 2) $\frac{14}{10}$

8) $\frac{7}{1,000}$
- 3) $\frac{41}{10}$

9) $\frac{356}{1,000}$
- 4) $\frac{8}{100}$

10) $\frac{3,104}{1,000}$
- 5) $\frac{49}{100}$

11) $\frac{294}{10}$
- 6) $\frac{121}{100}$

12) $\frac{3,187}{1,000}$

5.2 Redondeo

Las medidas se expresan usando números y éstas pueden ser aproximadas. Por ejemplo, si una persona pesa 148 libras, podemos decir que su peso aproximado es de 150 libras. El número 148 se redondeó a la decena. Del mismo modo, si la altura de un edificio es 38.24 metros, podemos decir que la altura aproximada del mismo es 38.2 metros. En este caso se redondeó a la décima.

En los ejemplos anteriores, al redondear hemos obtenido medidas aproximadas.

Para redondear un número a un lugar posicional:

1. Señalamos la posición a la cual se desea redondear el número.
2. Consideramos el dígito situado a la derecha de la posición señalada.
 - a) Si este dígito es mayor o igual que 5, sumamos 1 al dígito que ocupa la posición a redondearse.
 - b) Si este dígito es menor que 5, el dígito a redondearse permanece igual.
3. Convertimos en ceros los dígitos que aparecen a la derecha de la posición redondeada.
4. Eliminamos los ceros que aparezcan a la derecha del punto decimal y de la posición redondeada.

Ejemplos:

- 1) Redondear 526.8 a la unidad.

Primer paso: 526.8 Señalamos la unidad, que es la posición a la cual se desea redondear.

Segundo paso: Consideramos el dígito que está a la derecha del 6. Como es mayor que 5, sumamos $6 + 1 = 7$. Obtenemos 527.

Tercer paso: 527.0

Cuarto paso: 527

- 2) Redondear 8.923 a la décima.

Primer paso: 8.923

Segundo paso: Consideramos el dígito que está a la derecha del 2. Como 2 es menor que 5, el dígito a redondearse permanece igual.

Tercer paso: 8.900

Cuarto paso: 8.9

- 3) Redondear 8,167 a la centena.

Primer paso: 8,167

Segundo y tercer pasos: 8,200

- 4) Redondear 2.016 a la décima.

Primer paso: 2.016

Segundo y tercer pasos: 2.000

Cuarto paso: 2.0

Ejercicio 5.2

Redondear a la posición ocupada por el dígito entre paréntesis.

- | | |
|-------------|----------------|
| 1) 7.4 (7) | 7) 6.078 (0) |
| 2) 8.2 (8) | 8) 3.1416 (4) |
| 3) 5.7 (5) | 9) 7.781 (8) |
| 4) 23.5 (3) | 10) 56.49 (5) |
| 5) 9.75 (7) | 11) 128.03 (1) |
| 6) 36.7 (3) | 12) 765.99 (6) |

13) Completar la siguiente tabla:

Número	Redondear a la			
	Centena	Decena	Décima	Centésima
841.364				
281.039				
568.989				
416.008				
602.163				

5.3 Suma y resta

La suma y resta de decimales es semejante a la de los enteros.

Para sumar decimales, procedemos de la siguiente forma:

- 1) Escribimos los números en columna, de modo que los puntos decimales queden uno debajo del otro.
- 2) Sumamos como si fueran enteros.
- 3) Colocamos el punto decimal de la suma directamente debajo de los otros puntos decimales.
- 4) Si el resultado termina en uno o más ceros a la derecha del punto decimal, éstos pueden omitirse.

Ejemplos:

1) $17.4 + 3.8$

$$\begin{array}{r} 17.4 \\ + 3.8 \\ \hline 21.2 \end{array}$$

2) $0.63 + 0.756$

$$\begin{array}{r} 0.63 \\ + 0.756 \\ \hline 1.386 \end{array}$$

3) $7 + 0.07$

$$\begin{array}{r} 7.00 \\ + 0.07 \\ \hline 7.07 \end{array}$$

Como el 7 es un entero tiene su punto decimal a la extrema derecha. Añadimos ceros en la parte decimal para ocupar las posiciones que faltan.

4) $2.73 + 14.37$

$$\begin{array}{r} 2.73 \\ + 14.37 \\ \hline 17.10, \text{ o bien, } 17.1 \end{array}$$

La resta de decimales es semejante a la suma, siempre y cuando el minuendo y el sustraendo tengan el mismo número de posiciones decimales. Si no sucede así, completamos con ceros.

Ejemplos:

1) $8.1 - 3.25$

$$\begin{array}{r} 8.1 \\ - 3.25 \\ \hline \end{array}$$

Como 8.1 tiene una posición decimal y 3.25 tiene dos posiciones, añadimos un cero para completar las posiciones.

$$\begin{array}{r} 8.10 \\ - 3.25 \\ \hline 4.85 \end{array}$$

Ahora, ambos números tienen dos posiciones decimales.

2) $8 - 5.34$

$$\begin{array}{r} 8.00 \\ - 5.34 \\ \hline 2.66 \end{array}$$

Por ser 8 un entero, colocamos el punto decimal a la derecha y añadimos los ceros necesarios.

3) $15.554 - 7$

$$\begin{array}{r} 15.554 \\ - 7.000 \\ \hline 8.554 \end{array}$$

Por ser 7 un entero colocamos el punto decimal a la derecha y añadimos los ceros necesarios.

Ejercicio 5.3

Efectuar las operaciones indicadas.

1) $8.97 + 2.04$

8) $9 + 0.003 + 4.1$

2) $8 + 0.002$

9) $26 + 0.44 + 3.6 + 0.09$

3) $25.43 + 2.897$

10) $10.003 + 20.03 + 30.3 + 3$

4) $0.022 + 0.63 + 5.7$

11) $8.3 - 1.2$

5) $987.654 + 456.789$

12) $27.3 - 7.55$

6) $0.003 + 0.03 + 0.3 + 3$

13) $15 - 8.35$

7) $46 + 4.6 + 0.46$

14) $5.25 - 1.345$

15) $212.4 - 54.688$

18) $20.235 - 12.857$

16) $36.92 - 15.021$

19) $39.812 - 14.236$

17) $236.46 - 121$

20) $796.45 - 32.68$

Resolver.

- 21) Para una fiesta de Navidad se gastó en comida \$85, en bebidas \$103.80 y en regalos \$43.80. ¿Cuánto fue el gasto total?
- 22) Juan ganaba \$3.35 la hora. El supervisor le informó que se le había aumentado el salario a \$4.25 la hora. ¿De cuánto fue el aumento?
- 23) Carmen compró una receta en la farmacia. El costo de ésta fue de \$17.53. Pagó con un billete de \$50. ¿Cuánto le devolvieron?
- 24) Luis es ingeniero mecánico y trabaja en el aeropuerto con un sueldo mensual de \$1,865. De su ingreso mensual se le hacen las siguientes deducciones: \$211.91 por concepto de impuestos, \$46.12 para el seguro social y \$175.11 para retiro. ¿Cuál es su sueldo neto?
- 25) Tres muchachas almuerzan en la cafetería de la universidad. La primera paga \$3.75, la segunda \$4.25 y la tercera \$3.85. ¿Cuánto pagan en total?
- 26) Carmen recibe \$1,200 anuales por concepto de beca. Paga \$575.35 en la matrícula de agosto y \$565.81 en la matrícula de enero. ¿Cuánto dinero le queda?
- 27) Tomás tenía en el banco un balance de \$43.35. Giró cheques por \$10.25, \$2.77 y \$24.50. ¿Cuál es el balance actual?
- 28) Los libros de texto de Jaime para el primer semestre costaron \$25.30, \$42.25, \$27.80 y \$36.75. ¿Cuánto pagó Jaime por los libros?
- 29) Un juego de cuarto que tiene un costo de \$399.45 fue rebajado en venta especial a \$365.75. ¿Cuánto se ahorra al comprarlo en la venta especial?
- 30) Al comienzo de la semana, el carro de Carlos marcaba 11,863.8 millas y al finalizar la semana 15,271.2 millas. ¿Cuántas millas recorrió Carlos en su carro?

5.4 Multiplicación

Según hemos visto, los números decimales son fracciones. Por lo tanto, al multiplicar dos decimales estamos multiplicando dos fracciones.

Para multiplicar decimales procedemos de la siguiente manera:

- 1) Efectuamos la multiplicación como si fueran números naturales, es decir, olvidándonos del punto decimal.
- 2) Contamos el número de posiciones decimales de cada factor.
- 3) El número de posiciones decimales del producto es igual a la suma de las posiciones decimales de los factores.

Ejemplos:

1) 5.03×3.22

$$\begin{array}{r} 5.03 \\ \times 3.22 \\ \hline 1006 \\ 1006 \\ 1509 \\ \hline 16.1966 \end{array}$$

Multiplicamos los factores como si fueran números naturales. Vemos que tanto 5.03 como 3.22 tienen dos posiciones decimales. Por lo tanto, colocamos el punto decimal en el producto, contando cuatro dígitos de derecha a izquierda ya que $2 + 2 = 4$.

2) 0.136×0.28

$$\begin{array}{r} 0.136 \\ \times 0.28 \\ \hline 1088 \\ 272 \\ \hline 0.03808 \end{array}$$

Multiplicamos los factores y vemos que $3 + 2 = 5$ (lugares decimales). Añadimos un cero a la izquierda para completar las cinco posiciones y colocamos el punto decimal.

3) 0.314×0.008

$$\begin{array}{r} 0.314 \\ \times 0.008 \\ \hline 0.002512 \end{array}$$

Ambos factores tienen tres posiciones decimales que hacen un total de 6. Añadimos dos ceros para completar las seis posiciones y colocamos el punto decimal.

Al multiplicar un decimal por una potencia de diez establecemos una regla que abrevia el proceso de multiplicación. Veamos algunos ejemplos:

1) $32 \times 10 = 320$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 10 \\ \hline 320 \end{array}$$

2) $3.812 \times 100 = 381.2$

$$\begin{array}{r} 3.812 \\ \times 100 \\ \hline 0000 \\ 0000 \\ 3812 \\ \hline 381.200 \end{array}$$

3) $6.842 \times 1,000 = 6,842$

$$\begin{array}{r} 6.842 \\ \times 1,000 \\ \hline 0000 \\ 0000 \\ 0000 \\ 6842 \\ \hline 6842.000 \end{array}$$

De los ejemplos anteriores podemos concluir que:

Para multiplicar un número por una potencia de diez movemos a la derecha el punto decimal del número dado, tantas posiciones como ceros tenga la potencia de diez. Si es necesario, añadimos ceros a la derecha del producto para completar el número de posiciones decimales requeridas.

Ejemplos:

1) 4.635×10

$4.635 \times 10 = 46.35$

10 tiene un cero, movemos el punto decimal una posición a la derecha.

2) 6.2×100

$6.2 \times 100 = 620$

100 tiene dos ceros, por lo tanto, movemos el punto decimal dos posiciones a la derecha. En este caso es necesario añadir un cero.

3) $24.5 \times 1,000$

$$\begin{array}{l} 24.5 \times 1,000 = 24500. \\ = 24,500 \end{array}$$

Movemos el punto decimal tres posiciones a la derecha y añadimos dos ceros.

Ejercicio 5.4

Efectuar la operación indicada.

1) 0.9×0.4

2) 0.06×0.008

3) 4.002×7.06

4) 12×5.8

5) 15.84×30

6) 21.43×0.006

7) 85.03×12.03

8) 369.8×0.42

9) $(4.59)^2$

10) $(5.93)^3$

11) 2.79×10

12) 0.0043×100

13) $21.345 \times 1,000$

14) $49.49 \times 1,000$

15) $75.02 \times 10,000$

16) $879.654 \times 10,000$

17) $1.23 \times 100,000$

18) 4.78×100

19) $0.76 \times 1,000$

20) $67.2 \times 1,000$

Resolver.

21) Una barra de jabón cuesta \$0.33. ¿Cuánto cuestan 5 barras?

22) Roberto corre 2.5 millas diariamente. ¿Cuántas millas corre en una semana?

23) Una taza de café contiene 110 miligramos de cafeína. ¿Cuánta cafeína hay en 3.5 tazas de café?

24) Una receta para 8 raciones requiere 8.5 onzas de guisantes. ¿Cuántas onzas se requieren para una receta de 200 raciones?

5.5 División

Ya estudiamos la suma, resta y multiplicación de decimales. Ahora, estudiaremos la división. Existen dos casos en la división de decimales. Primero discutiremos, cuando el divisor es un entero.

Para dividir un decimal por un entero dividimos como si fueran enteros y colocamos el punto decimal del cociente directamente encima del punto del dividendo. Si el residuo es diferente de cero añadimos ceros al dividendo, para continuar el proceso.

Ejemplos:

1) $816.9 \div 21$

$$\begin{array}{r} 38.9 \\ 21 \overline{) 816.9} \\ \underline{63} \\ 186 \\ \underline{168} \\ 189 \\ \underline{189} \\ 0 \end{array}$$

3) $1,138.9 \div 35$

$$\begin{array}{r} 32.54 \\ 35 \overline{) 1138.90} \\ \underline{105} \\ 88 \\ \underline{70} \\ 189 \\ \underline{175} \\ 140 \\ \underline{140} \\ 0 \end{array}$$

Se le añade un cero al dividendo. Este proceso puede repetirse tantas veces como sea necesario.

Ahora discutiremos la división cuando el divisor es otro decimal.

Para dividir dos decimales, convertimos el divisor en un entero. Para esto, movemos el punto decimal a la derecha hasta convertir el divisor en un entero. Luego, movemos el punto decimal del dividendo el mismo número de posiciones que se movió en el divisor. Por último, procedemos a la división, como en el caso anterior.

2) $612.04 \div 26$

$$\begin{array}{r} 23.54 \\ 26 \overline{) 612.04} \\ \underline{52} \\ 92 \\ \underline{78} \\ 140 \\ \underline{130} \\ 104 \\ \underline{104} \\ 0 \end{array}$$

Ejemplos:

1) $13.02 \div 4.2$

$$4.2 \overline{) 13.02}$$

Convertimos 4.2 en 42 moviendo el punto decimal una posición a la derecha, luego movemos el punto decimal del dividendo una posición a la derecha y obtenemos 130.2.

$$\begin{array}{r} 3.1 \\ 42 \overline{) 130.2} \\ \underline{126} \\ 42 \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

Por último, procedemos a la división como en el caso anterior.

2) $0.4552 \div 0.32$

$$0.32 \overline{) 0.4552}$$

En este caso movemos el punto decimal dos posiciones a la derecha.

$$\begin{array}{r} 1.4225 \\ 32 \overline{) 45.5200} \\ \underline{32} \\ 135 \\ \underline{128} \\ 72 \\ \underline{64} \\ 80 \\ \underline{64} \\ 160 \\ \underline{160} \\ 0 \end{array}$$

Añadimos dos ceros para continuar la división.

3) $18 \div 0.03$

$$.03 \overline{) 18.00}$$

Convertimos el divisor en entero y recordamos que $18 = 18.00$

$$\begin{array}{r} 600 \\ 3 \overline{) 1800} \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

Veamos qué sucede con la división por potencias de diez.

Ejemplos:

$$1) 32 \div 10 = 3.2$$

$$\begin{array}{r} 3.2 \\ 10 \overline{) 32.0} \\ \underline{30} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

$$2) 4.6 \div 100 = 0.046$$

$$\begin{array}{r} 0.046 \\ 100 \overline{) 4.600} \\ \underline{400} \\ 600 \\ \underline{600} \\ 0 \end{array}$$

$$3) 0.3 \div 1000 = 0.0003$$

$$\begin{array}{r} 0.0003 \\ 1000 \overline{) 0.3000} \\ \underline{0} \\ 30 \\ \underline{00} \\ 300 \\ \underline{00} \\ 3000 \\ \underline{3000} \\ 0 \end{array}$$

De los ejemplos anteriores podemos concluir que:

Para dividir un número por una potencia de diez, se mueve el punto decimal del dividendo a la izquierda tantas posiciones como ceros tenga la potencia de diez. Si es necesario, añadimos ceros a la izquierda del cociente, para completar el número de posiciones decimales requeridas.

Ejemplos:

$$1) 15.8 \div 10 = 1.58$$

Movemos el punto decimal una posición a la izquierda.

$$2) 3.14 \div 100 = 0.0314$$

Movemos el punto decimal dos posiciones a la izquierda. Para completar las dos posiciones añadimos un cero.

$$3) 136.7 \div 1,000 = 0.1367$$

Movemos el punto decimal tres posiciones a la izquierda.

Ejercicio 5.5

Efectuar las siguientes divisiones.

$$1) 414 \div 20$$

$$11) 33.75 \div 4.5$$

$$2) 516 \div 30$$

$$12) 21.978 \div 3.3$$

$$3) 288 \div 40$$

$$13) 1.199 \div 0.11$$

$$4) 85.6 \div 8$$

$$14) 3.15 \div 0.75$$

$$5) 35.48 \div 4$$

$$15) 0.115 \div 2.3$$

$$6) 28.8 \div 6$$

$$16) 0.198 \div 6.6$$

$$7) 20.5 \div 5$$

$$17) 1.08 \div 0.012$$

$$8) 146.38 \div 26$$

$$18) 0.28912 \div 0.52$$

$$9) 92.05 \div 35$$

$$19) 135 \div 4.5$$

$$10) 411.4 \div 44$$

$$20) 21.6 \div 0.6$$

Dividir abreviadamente.

$$21) 13 \div 10$$

$$22) 0.04 \div 10$$

$$23) 5.7 \div 10$$

$$24) 8 \div 100$$

$$25) 25 \div 100$$

$$26) 0.12 \div 100$$

$$27) 6.9 \div 100$$

$$28) 4 \div 1,000$$

$$29) 58 \div 1,000$$

$$30) 13.14 \div 1,000$$

Resolver.

31) Un paquete de 6 refrescos cuesta \$3.48. ¿Cuánto cuesta cada refresco?

32) Un carro recorre 408 millas con 16 galones de gasolina. ¿Cuántas millas recorre con un galón de gasolina?

33) Ana gana \$160.80 en una semana y le pagan \$3.35 la hora. ¿Cuántas horas trabaja en la semana?

34) Un pedazo de carne que pesa 3.5 libras cuesta \$8.75. ¿Cuánto cuesta cada libra?

35) Un pedazo de terreno mide 108 cuerdas. Se quiere dividir en lotes de 0.75 la cuerda. ¿Cuántos lotes se obtienen al dividirlo?

5.6 Fracciones y decimales

Hemos visto que las fracciones pueden escribirse como decimales sin indicar el denominador. El denominador correspondiente lo indica el número de posiciones decimales que tenga el número dado. Podemos expresar fracciones como decimales y viceversa.

Para expresar un decimal como una fracción, procedemos de la siguiente forma:

- 1) Escribimos en el numerador los dígitos que aparecen en el decimal (sin escribir el punto).
- 2) Escribimos en el denominador un 1 seguido de tantos ceros como posiciones decimales tenga el número dado.
- 3) Simplificamos completamente la fracción obtenida.

Ejemplos:

1) 0.23

$\frac{23}{100}$ Primer paso: Escribimos 23 en el numerador.

$\frac{23}{100}$ Segundo paso: Escribimos en el denominador un 1 seguido de dos ceros

Tercer paso: La fracción está en su forma más simple.

2) 0.125

$\frac{125}{1000}$ Primer paso: Escribimos 125 en el numerador.

$\frac{125}{1000}$ Segundo paso: Escribimos en el denominador un 1 seguido por tres ceros.

$\frac{1}{8}$ Tercer paso: Simplificamos.

$$\begin{aligned} 3) \quad 3.2 &= \frac{32}{10} \\ &= \frac{16}{5} \end{aligned}$$

Ahora procedemos a efectuar el proceso contrario, es decir, expresar una fracción como un decimal.

Para expresar una fracción como un decimal dividimos el numerador por el denominador.

Ejemplos:

1) $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{8}$ equivale a $3 \div 8$.

$$\begin{array}{r} 0.375 \\ 8 \overline{) 3.000} \\ \underline{24} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array} \quad \text{Por lo tanto, } \frac{3}{8} = 0.375.$$

2) $\frac{1}{3}$

$$\begin{array}{r} 0.333... \\ 3 \overline{) 1.000} \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \end{array}$$

$\frac{1}{3}$ equivale a $1 \div 3$. Dividimos 1 por 3.

Notamos que en el cociente hay una repetición. Cuando esto sucede escribimos una barra sobre los dígitos que se repiten. Por lo tanto, $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$

Cuando esto sucede decimos que el decimal es **periódico**.

$$\begin{array}{r}
 3) \frac{3}{11} \\
 \\
 11 \overline{) 3.000000} \\
 \underline{22} \\
 80 \\
 \underline{77} \\
 30 \\
 \underline{22} \\
 80 \\
 \underline{77} \\
 30 \\
 \underline{22} \\
 80 \\
 \underline{77} \\
 3 \\
 \\
 \frac{3}{11} = 0.\overline{27}
 \end{array}$$

Ejercicio 5.6

Expresar como una fracción en su forma más simple.

- | | |
|----------|-------------|
| 1) 0.51 | 9) 37.5 |
| 2) 0.75 | 10) 0.075 |
| 3) 4.9 | 11) 210.4 |
| 4) 0.80 | 12) 0.705 |
| 5) 4.08 | 13) 1.001 |
| 6) 0.675 | 14) 51.2 |
| 7) 0.025 | 15) 0.00010 |
| 8) 8.04 | 16) 17.26 |

Expresar como un decimal.

- | | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
| 17) $\frac{1}{4}$ | 20) $\frac{9}{20}$ | 23) $\frac{12}{10}$ | 26) $\frac{53}{5}$ |
| 18) $\frac{2}{5}$ | 21) $\frac{13}{25}$ | 24) $\frac{2}{9}$ | |
| 19) $\frac{4}{11}$ | 22) $\frac{18}{32}$ | 25) $\frac{13}{11}$ | |

5.7 Decimales positivos y negativos

Los decimales pueden ser positivos o negativos. Solamente cuando el decimal es negativo se escribe el signo (-).

Ejemplos:

- 1) -0.2
- 2) -0.81
- 3) -7.4
- 4) -13.75

Las reglas de orden de las operaciones que estudiamos con los números enteros también se aplican a los decimales positivos y negativos.

Ejemplos:

- 1) $(9.3 - 1.8) \div (4.2 + 1.8)$
 $(9.3 - 1.8) \div (4.2 + 1.8) = 7.5 \div 6 = 1.25$
- 2) $(-1.1)^2 + 0.8 - 3(4.5 - 2)$
 $(-1.1)^2 + 0.8 - 3(4.5 - 2) = 1.21 + 0.8 - 7.5 = -5.49$

Ejercicio 5.7

Efectuar las operaciones indicadas y simplificar.

- | | |
|-----------------------|-----------------------------|
| 1) $5.3 + 6.8$ | 13) $-3.7 - 8.9$ |
| 2) $14.28 + 32.67$ | 14) $-18.47 - (-406.04)$ |
| 3) $-3.864 + 12.7$ | 15) $-7 - (-0.5382)$ |
| 4) $-4.6 + (-9.7)$ | 16) 0.07×0.2 |
| 5) $35.8 + (-2.169)$ | 17) $0.04 \times (-0.09)$ |
| 6) $-289.9 + 0.481$ | 18) $(-0.534) \times 2.7$ |
| 7) $-5.3 + (-20.82)$ | 19) $(-15.07) \times 3.012$ |
| 8) $7.4 - 2.8$ | 20) $(-6.28) \times (-7.4)$ |
| 9) $1.7 - 9.2$ | 21) $(-2.93) \times 10^4$ |
| 10) $13.07 - (-4.95)$ | 22) $4.8 \times 3,000$ |
| 11) $3.86 - (-81.31)$ | 23) $(-1.84) \times 400$ |
| 12) $-71.3 - 0.85116$ | 24) $7,000 \times (-0.25)$ |

- 25) $(-0.003) \times (-9.4)$

26) $0.81 \div 0.09$

27) $0.56 \div (-0.8)$

28) $(-0.049) \div (0.7)$

29) $(-1.8) \div (-0.0012)$

30) $-38.64 \div 8.4$

31) $148.5 \div (-4.5)$

32) $-386 \div 5$

33) $-7.83 \div 10^4$

34) $4.2 \div 0.7 + (0.2)$

35) $(-0.36) \div (0.06) + (-0.8)$

36) $[3.8 + (-0.4)(-3)]$

37) $[(-6)(0.4) + 15.6] \div 0.3$

38) $-6.4 \div (-0.08) \times (0.2)$

39) $9.3 - 12.6 \div 4.2 + 1.8$

40) $1.44 \div (-1.2) - 2.8$

5.8 Repaso

1) Completar la siguiente tabla:

Redondear a la			
Número	Decena	Décima	Milésima
30.1638			
128.2109			
19.2785			
1,407.0058			
67.7889			
38.0701			

Efectuar y simplificar.

- 2) $4.872 + 623.56$

3) $5.3784 + 972.69$

4) $-147.36 - 3.89$

5) $38 - 2.743$

6) -4.62×0.03

7) 39.13×0.005

8) $142.8 \div 0.6$

9) $-872.4 \div (-0.04)$

10) $12.468 + 5.82 + (-8.9273)$

11) 85.34×3.8

12) -31.746×-0.26

13) 56.079×0.67

14) 39.312×7.2

15) $89.9 \times (-0.09)$

- 16) $2.2002 \div 0.57$

17) $362.1 + 48.76 + (-7.9857)$

18) $8.13 \times 0.04 \times 5.2$

19) $8.5 \times 2.6 \times 0.25$

20) $8.2 \times 4,000$

21) 9.4×10^3

22) -0.07×10^5

23) $33 \div 10^3$

24) $0.41 \div 10^2$

25) 0.1415×10^2

26) 632×0.0002

27) $3.2 - (-6.3) \div 0.05$

28) $0.9 \div 30,000$

29) $43.2 \div 0.0002$

30) $4.7 + (-6.6) \div (-0.03) + 7.3$

31) $9.3 - 4.2 \times 1.8 + 1.8$

Expresar como una fracción en su forma más simple.

- 32) 0.24

33) 0.04

34) 0.075

35) 0.002

36) 4.4

37) 20.45

38) 7.5

39) 130.5

Expresar como un decimal.

- 40) $\frac{5}{8}$

41) $\frac{2}{3}$

42) $\frac{11}{16}$

43) $\frac{1}{6}$

44) $\frac{11}{5}$

45) $\frac{52}{11}$

46) $\frac{3}{8}$

47) $\frac{73}{15}$

Resolver.

- 48) Carlos pagó \$37.52 por unos pantalones y \$27.84 por una camisa. ¿Cuánto pagó en total?

49) Pedro pagó \$36.44 por carnes, \$12.46 por frutas y \$7.46 por vegetales. ¿Cuánto dinero le devolvieron si pagó con un billete de \$100?

50) Julio corrió 3.86 millas y Roberto corrió 4.12 millas. ¿Cuántas millas más corrió Roberto que Julio?

- 51) Tres libros cuestan en total \$17.79. Si el costo de los tres libros es igual, determinar el costo de cada libro.
- 52) Marta vendió 7 cajas de dulces a \$1.65 cada una. Oscar vendió 5 cajas a \$2.35 cada una. Hallar la diferencia entre las dos ventas.
- 53) Rosa trabajó 40 horas. Si le pagaron en total \$250.40, determinar el salario por hora.
- 54) Un club tiene 60 miembros. Se recaudaron \$693 en cuotas. ¿Cuánto pagó cada miembro?
- 55) Una pulgada es aproximadamente 2.5 centímetros. ¿Cuántos centímetros hay en 25 pulgadas?
- 56) Un mecánico gana \$452.33 a la semana. ¿Cuánto gana en 4 semanas?
- 57) Un profesor gana \$20,186.40 en un año. ¿Cuánto gana mensualmente?
- 58) María obtuvo las siguientes puntuaciones en su curso de español: 90, 82, 78 y 65. ¿Cuál es el promedio de María? (Redondear el resultado al entero).
- 59) La cuenta bancaria de Jorge tiene un balance de \$255.39. Gira cheques por \$14.23, \$127.75, \$63.45 y \$89.90 y hace un depósito de \$193.67. ¿Cuál es el balance actual?
- 60) El proyecto de pavimentación de una carrera tiene un costo de \$28,750. Cien familias comparten el costo en partes iguales. ¿Cuánto tiene que pagar cada familia?

Para resolver los siguientes problemas deben usarse las equivalencias que aparecen en el Apéndice C.

- 61) Radamés corre una milla, cinco veces a la semana. ¿Cuántos kilómetros corre semanalmente? (Redondear a la décima).
- 62) ¿Cuántos milímetros hay en cincuenta pulgadas?
- 63) Mónica midió veinte pulgadas al nacer. ¿Cuántos centímetros midió?
- 64) Dos ciudades se encuentran a 240 km de distancia una de otra. ¿Cuántas millas hay entre las dos ciudades? (Redondear a la décima).

- 65) ¿Cuántos milímetros hay en 3.84 metros?
- 66) Julián mide seis pies y dos pulgadas. Expresar su estatura en centímetros. (Redondear al entero).
- 67) Laura compró 6.3 metros de tela para coserse un traje y usó solamente 3.8 metros. ¿Cuántas yardas le sobraron? (Redondear a la décima).
- 68) ¿Cuántos kilómetros hay en ochenta millas? (Redondear a la décima).
- 69) Una carretera de 11.5 millas de longitud se está reparando y hasta el presente se han reparado solamente 8 millas. ¿Cuántos pies faltan por reparar?
- 70) Enrique ha recorrido 1,463 kilómetros en su carro nuevo y piensa cambiarle el aceite cuando complete las primeras mil millas. ¿Cuántos kilómetros le faltan por recorrer antes del cambio de aceite?