

10

GEOMETRIA

10.1 Conceptos básicos

Frecuentemente nos encontramos con figuras geométricas y nos vemos en la necesidad de medirlas. En la actualidad usamos distintas unidades de longitud. Las más comunes son la pulgada, el pie, la yarda y la milla pertenecientes al sistema inglés, y el milímetro, el centímetro, el metro, el hectómetro y el kilómetro que pertenecen al sistema métrico. Muchas veces es conveniente, antes de comprar un equipo, conocer sus dimensiones.

10.2 Perímetro y área

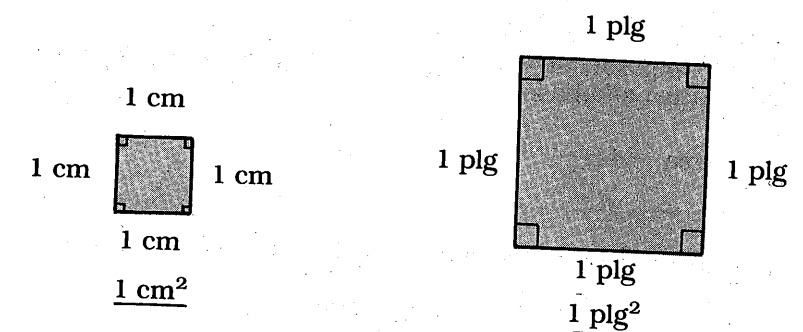
Se llama perímetro de una figura a la medida de su contorno y se calcula hallando la suma de las medidas de sus lados.

Por tanto, el perímetro se expresa en la misma unidad que se usó para medir los lados que forman la figura.

Se llama área a la medida de una superficie.

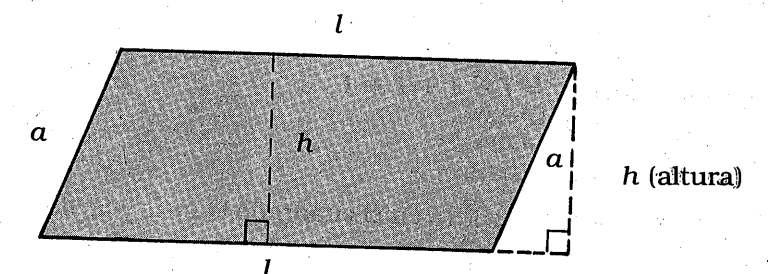
El área se expresa en unidades cuadradas. Es decir, la superficie se mide tomando como unidad un cuadrado de lado unitario. Un cuadrado está formado por cuatro lados iguales y sus ángulos interiores miden noventa grados cada uno.

A continuación aparecen el centímetro cuadrado (cm^2) y la pulgada cuadrada (plg^2) que son dos unidades de área usadas frecuentemente.



Veamos ahora algunas figuras sencillas y cómo calcular su perímetro y área.

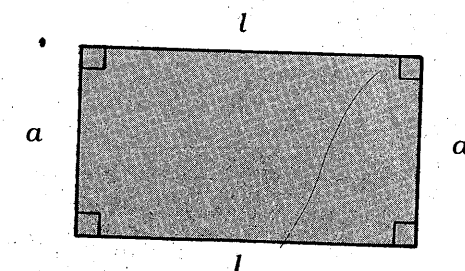
Un paralelogramo está formado por cuatro lados y sus lados opuestos (no consecutivos) son iguales y paralelos.



$$\begin{aligned} \text{Perímetro} &= l + a + l + a \\ &= 2l + 2a \end{aligned}$$

Área = lh , siendo l cualquiera de los lados y h la distancia entre el lado l y su lado opuesto.

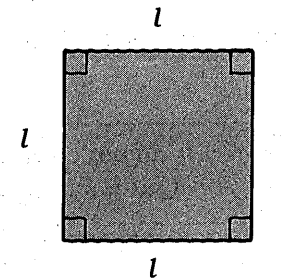
Un rectángulo es un paralelogramo cuyos ángulos interiores son rectos, es decir, miden noventa grados.



Perímetro $= l + a + l + a$
 $= 2l + 2a$, siendo l cualquiera de los lados y a un lado consecutivo a la base.

$$\text{Area} = l a$$

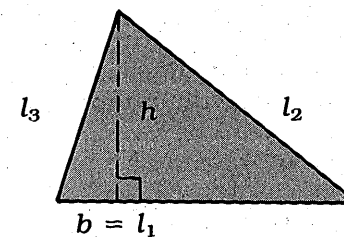
Un cuadrado es un rectángulo cuyos lados son iguales.



$$\begin{aligned}\text{Perímetro} &= l + l + l + l \\ &= 4l\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Area} &= (l)(l), \text{ en el cuadrado la base y la altura son iguales.} \\ &= l^2\end{aligned}$$

Un triángulo está formado por tres lados y cada uno de ellos es un segmento de recta. Los extremos de los segmentos se llaman vértices.

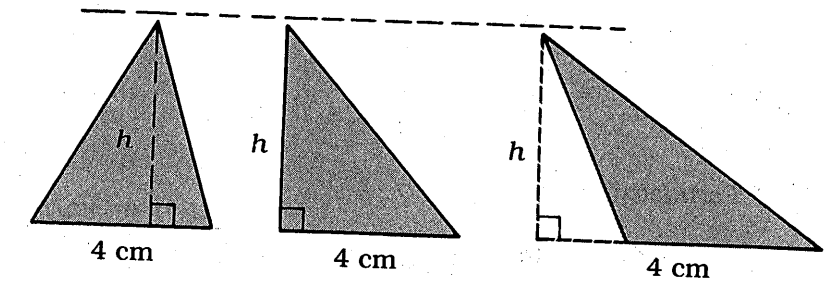


$$\text{Perímetro} = l_1 + l_2 + l_3$$

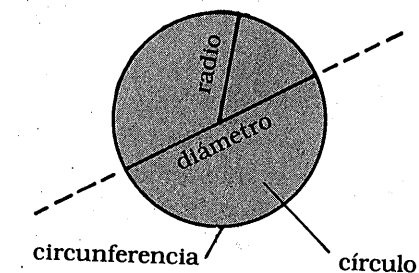
$$\text{Area} = \frac{1}{2} b h,$$

siendo la base cualquiera de los lados y la altura la distancia desde la base al vértice opuesto.

Los triángulos que aparecen a continuación tienen todos la misma base. En este caso, la base mide cuatro centímetros. Si nos fijamos bien, vemos que también tienen la misma altura, por lo tanto, los tres tienen la misma área.



En una circunferencia todos sus puntos equidistan del centro. Esta distancia fija se llama radio. La parte del plano limitada por la circunferencia se llama círculo.



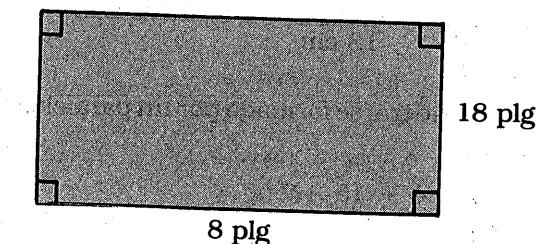
Toda recta que pasa por el centro corta a la circunferencia en dos puntos. La distancia entre dichos puntos se llama **diámetro**. Todo diámetro es igual a dos veces el radio.

Si llamamos C a la longitud de la circunferencia, tendremos que $C = 2\pi r$, siendo $\pi = 3.14159265\dots$ y r la medida del radio. El valor exacto de π no puede determinarse. Para nuestros cálculos tomaremos 3.14 como valor aproximado de π . También podemos decir que $C = \pi d$, siendo d el diámetro, ya que $d = 2r$. El área del círculo se obtiene multiplicando π por el cuadrado del radio, es decir, $A = \pi r^2$.

10.3 Problemas de aplicación

A continuación calcularemos el perímetro y el área de algunas figuras usando la información ofrecida en cada caso.

1)

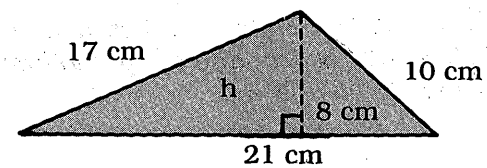


$$\begin{aligned}
 b &= 18 \\
 h &= 8 \\
 \text{Perímetro} &= 2(18) + 2(8) \\
 &= 36 + 16 \\
 &= 52 \\
 \text{Area} &= (18)(8) \\
 &= 144
 \end{aligned}$$

$$\text{Perímetro} = 52 \text{ plg}$$

$$\text{Area} = 144 \text{ plg}^2$$

2)

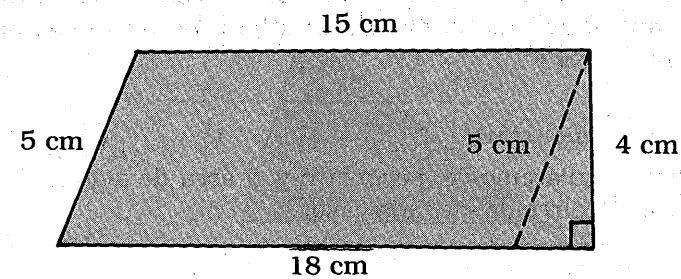


$$\begin{aligned}
 b &= 21 \\
 h &= 8 \\
 \text{Perímetro} &= 21 + 10 + 17 \\
 &= 48 \\
 \text{Area} &= \frac{(21)(8)}{2} \\
 &= 84
 \end{aligned}$$

$$\text{Perímetro} = 48 \text{ cm}$$

$$\text{Area} = 84 \text{ cm}^2$$

3)



La figura puede considerarse formada por un paralelogramo y un triángulo.

$$\begin{aligned}
 \text{Perímetro} &= 18 + 4 + 15 + 5 \\
 &= 42
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Area} &= \text{Area del paralelogramo} + \text{Area del triángulo} \\
 &= \text{largo} \times \text{altura} + \frac{\text{largo} \times \text{altura}}{2}
 \end{aligned}$$

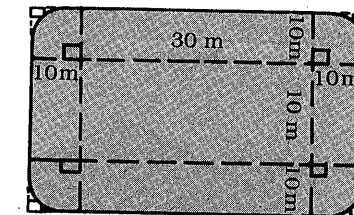
$$\text{Area} = (15)(4) + \frac{(3)(4)}{2}$$

$$\begin{aligned}
 &= 60 + 6 \\
 &= 66
 \end{aligned}$$

$$\text{Perímetro} = 42 \text{ cm}$$

$$\text{Area} = 66 \text{ cm}^2$$

4)



La figura sombreada puede considerarse formada por la diferencia entre un rectángulo y cuatro regiones iguales localizadas en cada vértice del rectángulo. Por lo tanto, el área que estamos buscando puede expresarse de la siguiente forma:

$$A = \text{Area del rectángulo} - 4 (\text{Area de cada región}).$$

Ahora procedemos al cálculo de cada área por separado.

$$\begin{aligned}
 \text{Area del rectángulo} &= 50 \times 30 \\
 &= 1,500
 \end{aligned}$$

El área de cada región es la diferencia entre el área de un cuadrado cuyo lado mide 10 y la cuarta parte de un círculo cuyo radio mide 10.

$$\text{Luego, Area de cada región} = (10)^2 - \frac{1}{4} [\pi(10)^2]$$

$$= 100 - \frac{1}{4} [3.14 (100)]$$

$$\begin{aligned}
 &= 100 - 78.5 \\
 &= 21.5
 \end{aligned}$$

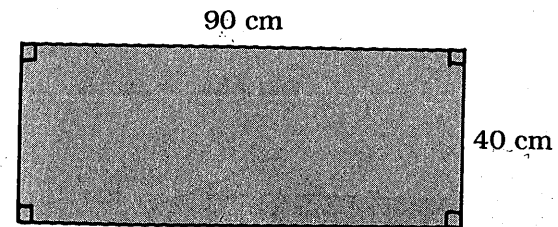
El área de las cuatro regiones es de $21.5 \times 4 = 86$
 Finalmente, vemos que $A = 1,500 - 86$
 $A = 1,414$

$$\text{Area} \approx 1,414 \text{ m}^2$$

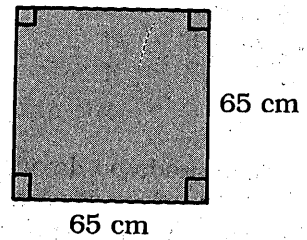
Ejercicio 10.3

Hallar el perímetro y área de cada figura.

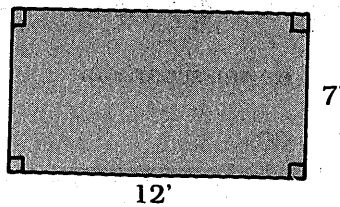
1)



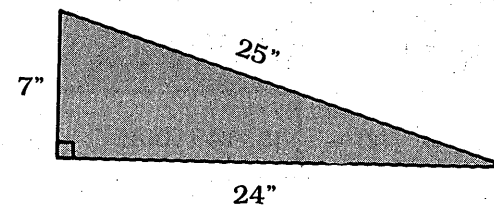
2)



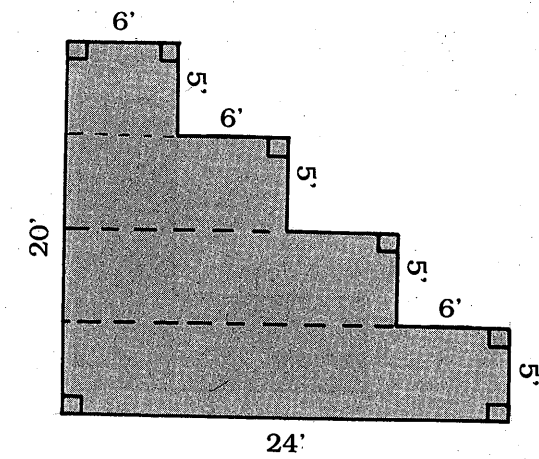
3)



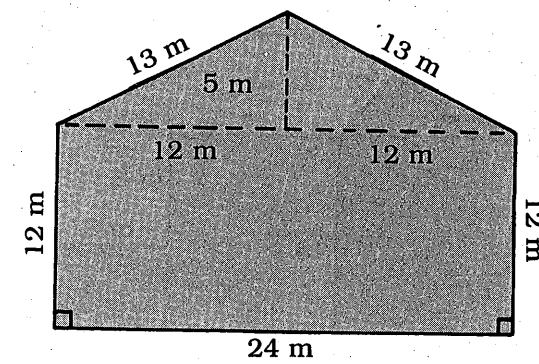
4)



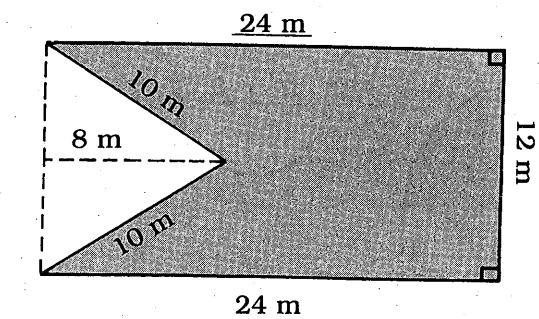
5)



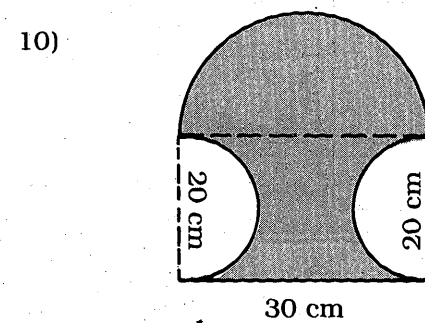
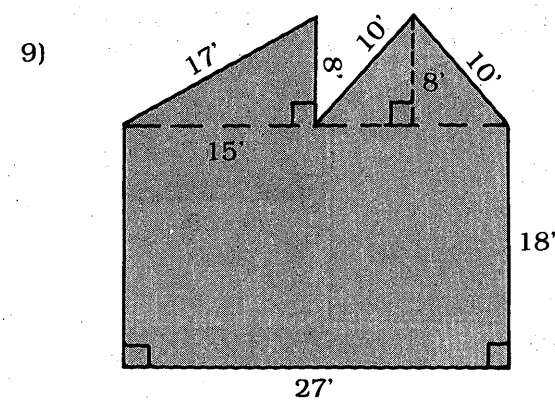
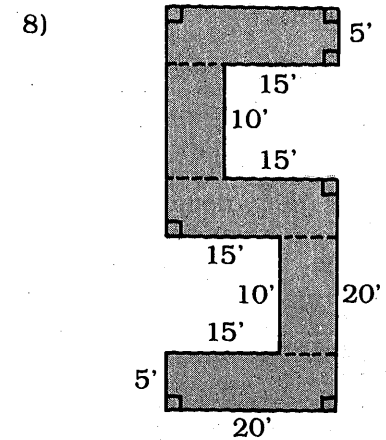
6)



7)

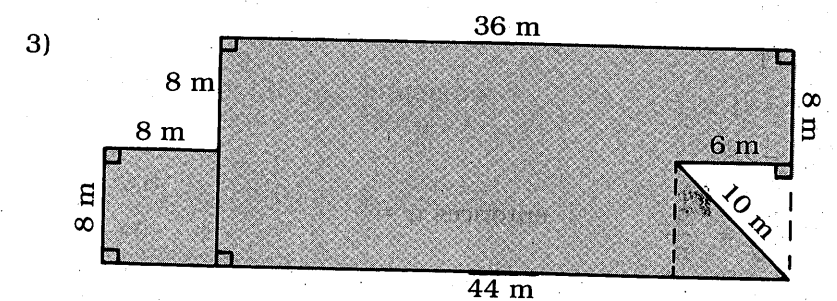
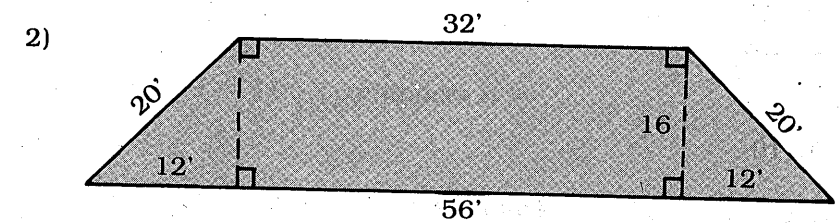
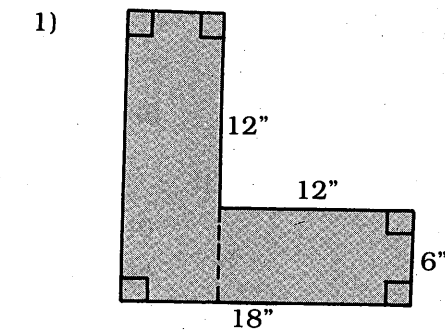


Hallar el área de cada figura.

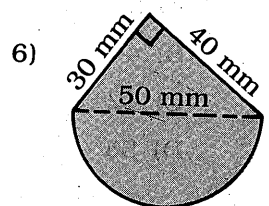
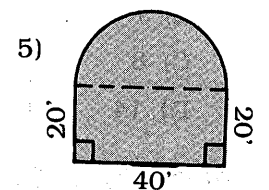
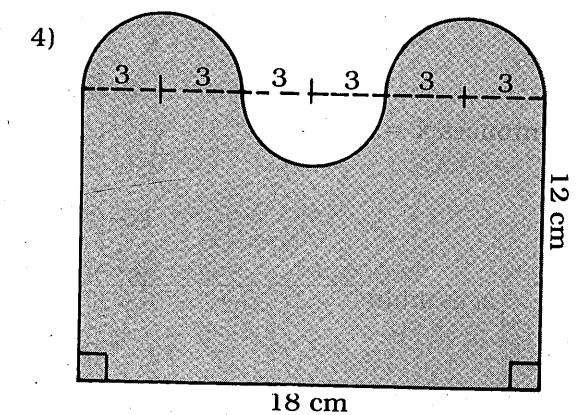


10.4 Repaso

Hallar perímetro y área de cada figura.



Hallar el área de cada figura.



10.5 Prueba acumulativa

Seleccionar la contestación correcta.

1) Si $x + 14 = 29$ entonces $x =$

- A) -43
- B) -15
- C) 15
- D) 43

2) Si $5 - y = 14$ entonces $y =$

- A) -19
- B) -9
- C) 9
- D) 19

3) Si $6 - x = 17$ entonces $x =$

- A) 23
- B) 11
- C) -11
- D) -23

4) Si $\frac{18}{16} = \frac{9}{n}$ entonces $n =$

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 14

5) Si $\frac{12}{5} = \frac{x}{15}$ entonces $x =$

- A) 3
- B) 4
- C) 12
- D) 36

6) Si $x + 28 = 11$ entonces $x =$

- A) -39
- B) -17
- C) 17
- D) 39

7) Si $2y - 16 = 24$ entonces $y =$

- A) 40
- B) 20
- C) -20
- D) -40

8) Si $2n + 9 = 11$ entonces $n =$

- A) 10
- B) 1
- C) -1
- D) -10

9) Si $5x - 3 = 11$ entonces $x =$

- A) 1.6
- B) 2.8
- C) 40
- D) 70

10) Si $2x + 8 = 9$ entonces $x =$

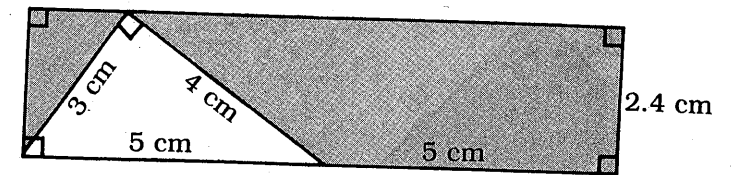
- A) $\frac{1}{2}$
- B) 2
- C) $\frac{17}{2}$
- D) 34

11) Si $\frac{3x}{2} = -21$ entonces $x =$

- A) -42
- B) -14

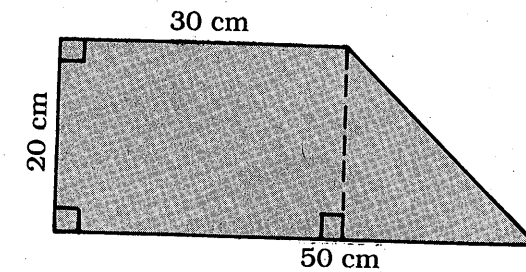
- C) 14
D) 42
- 12) Si $2.5x + 1 = 16$ entonces $x =$
A) 0.06
B) 0.6
C) 6
D) 60
- 13) Si n representa un número, entonces la suma de tres y el doble del número se representa por
A) $3 + 2n$
B) $3 + 2n^2$
C) $2(3 + n)$
D) $3 + n^2$
- 14) La mitad de la suma de X y el doble de Y se representa por
A) $\frac{X + 2Y}{2}$
B) $\frac{X}{2} + 2Y$
C) $\frac{1}{2}(X + Y)$
D) $\frac{X + Y}{2}$
- 15) Un lápiz y un bolígrafo cuestan \$1.50. El bolígrafo cuesta \$1 más que el lápiz. El costo del bolígrafo es
A) \$0.25
B) \$0.50
C) \$1.00
D) \$1.25

- 16) El área de la figura sombreada es



- A) 18 cm^2
B) 26.8 cm^2
C) 30 cm^2
D) 31.8 cm^2

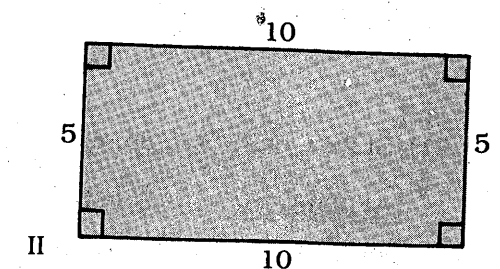
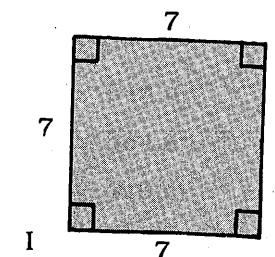
17)

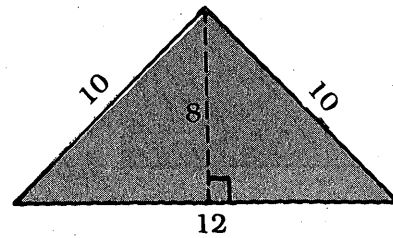


El área de la figura sombreada es igual a

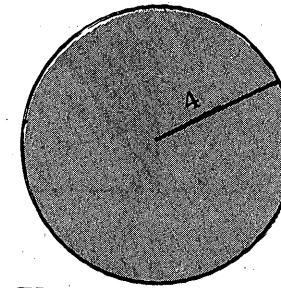
- A) 200 cm^2
B) 400 cm^2
C) 800 cm^2
D) $1,000 \text{ cm}^2$

- 18) ¿Cuál de las siguientes figuras tiene mayor área?





III



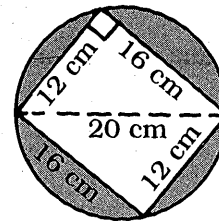
IV

- A) I C) III
B) II D) IV

19) Usando las figuras del ejercicio anterior, ¿cuál tiene menor área?

- A) I
B) II
C) III
D) IV

20) El área de la figura sombreada es igual a



- A) 218 cm^2
B) 122 cm^2
C) 110.8 cm^2
D) 62.8 cm^2

21) Si $2x - 2.73 = 5.85$, entonces $x =$

- A) 8.58 C) 3.12
B) 4.29 D) 1.56

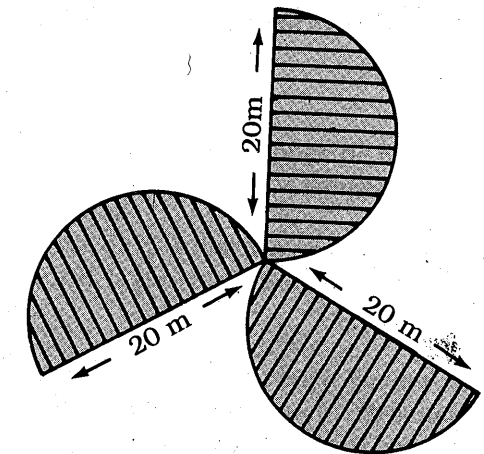
22) Si $3.2x - 1.8x = 70$, entonces $x =$

- A) 500
B) 50
C) 5
D) 0.5

23) Si $\frac{2x}{5} = 6.8$, entonces $x =$

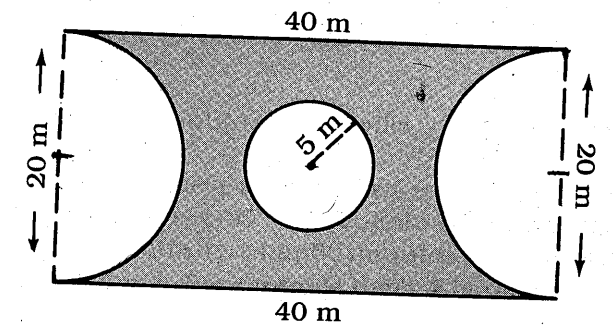
- A) 34
B) 17
C) 2.72
D) 1.36

24) El área de la figura sombreada es igual a



- A) $3,768 \text{ m}^2$
B) $1,884 \text{ m}^2$
C) 942 m^2
D) 471 m^2

25) El área de la figura sombreada es igual a



- A) 643 m^2
B) 564.5 m^2
C) 429 m^2
D) 407.5 m^2